МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

Г.Л. Бухбиндер

Электричество и магнетизм

Задачник по общей физике

2018

УДК 530.1

Электричество и магнетизм: Задачник по общей физике / Г.Л. Бухбиндер – Омск: Изд-во Ом. гос. ун-та, 2018. – ??с.

Содержит задачи из раздела "Электричество и магнетизм"для решения на практических занятиях, а также для самостоятельной работы студентов.

Для студентов нефизических факультетов университетов.

УДК 530.1

ISBN

Содержание

1. Электрическое поле в вакууме 4
2. Диэлектрики 23
3. Проводники 29
4. Электрический ток 40
5. Магнитное поле в вакууме 53

1. Электрическое поле в вакууме

Электрическое поле. Напряженностью электрического поля в данной точке называется вектор

$$\mathbf{E} = \frac{\mathbf{F}}{q_0}\,,$$

где $\mathbf{F}$ - сила, действующая со стороны поля на неподвижный точечный, "пробный", заряд q_0, помещенный в рассматриваемую точку поля. Напряженность электрического поля в какой-либо точке численно равна и совпадает по направлению с силой, действующей со стороны поля на помещенный в эту точку единичный положительный точечный заряд.

Сила, действующая на точечный заряд q, помещенный во внешнее электрическое поле $\mathbf{E}$, равна

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}\,.$$

В зависимости от знака заряда сила $\mathbf{F}$ направлена как вдоль вектора $\mathbf{E}$, так и противоположно ему.

Напряженность электрического поля точечного заряда. Напряженность поля точечного заряда q равна[1]:

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r}\,,$$

где $\mathbf{r}$ - радиус-вектор, проведенный из точечного заряда в исследуемую точку поля, $\varepsilon_0 = 8,85\cdot 10^{-12}\text{Кл}^2/\text{н}\cdot\text{м}^2 == 8,85\cdot 10^{-12}\text{Ф}/\text{м}$ - электрическая постоянная.

Поток электрического поля (вектора напряженности) через поверхность. Потоком электрического поля $\mathbf{E}$ через произвольную поверхность S называется величина

$$\Phi_E = \int\limits_S E_n dS\,,$$

[1] Здесь и далее все формулы даны в системе единиц СИ.

где E_n - проекция вектора $\mathbf{E}$, взятого в некоторой точке элемента поверхности dS, на направление внешней нормали $\mathbf{n}$ к этому элементу ($|\mathbf{n}| = 1$).

Теорема Гаусса. Поток вектора $\mathbf{E}$ через произвольную замкнутую поверхность пропорционален алгебраической сумме q электрических зарядов, заключенных внутри этой поверхности

$$\Phi_E = \frac{q}{\varepsilon_0}\,.$$

Электрическое поле некоторых заряженных тел.
1. Напряженность однородного электрического поля равномерно заряженной бесконечной плоскости перпендикулярна плоскости и имеет величину:

$$E = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\,,$$

где σ -абсолютная величина поверхностной плотности зарядов.
2. Напряженность электрического поля между двумя равномерно и разноименно заряженными бесконечными параллельными плоскостями:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0}\,,$$

где σ - абсолютная величина поверхностной плотности зарядов обеих плоскостей.
3. Напряженность электрического поля сферы радиуса R, заряд которой равномерно распределен по ее поверхности, совпадает вне сферы с напряженностью поля точечного заряда q, помещенного в центре сферы

$$\mathbf{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\frac{\mathbf{r}}{r} \qquad (r > R)\,,$$

где $\mathbf{r}$ - радиус-вектор точки поля относительно центра сферы. Напряженность поля внутри сферы $\mathbf{E} = 0$.
4. Напряженность электрического поля шара радиуса R, равно-

мерно заряженного с объемной плотностью ρ:

$$\mathbf{E} = \begin{cases} \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\left(\dfrac{R}{r}\right)^3\mathbf{r} & r \geqslant R \\ \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\mathbf{r} & r \leqslant R \end{cases}$$

где $\mathbf{r}$ - радиус-вектор точки поля.

Работа электростатических сил. Работа A электрического поля $\mathbf{E}$ при перемещении заряда q' из точки 1 в 2 вдоль некоторого пути равна

$$A = q'\int\limits_{(1)}^{(2)} E_l dl\,,$$

где E_l проекция вектора $\mathbf{E}$ на элементарное перемещение $d\mathbf{l}$ вдоль данного пути.

Работа сил электрического поля, созданного точечным зарядом q, при перемещении заряда q' равна

$$A = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2}\right)\,,$$

где r_1 и r_2 - расстояния от заряда q до начальной и конечной точек перемещения.

Работа, совершаемая при перемещении заряда в электрическом поле, не зависит от формы пути, а зависит лишь от начального и конечного положений заряда (консервативность электростатических сил).

Потенциальная энергия точечного заряда. Потенциальная энергия W_P точечного заряда в произвольной точке поля P определяется как работа $A_{P\infty}$ сил поля при перемещении заряда из данной точки в бесконечно удаленную:

$$W_P = A_{P\infty} = -A_{\infty P}\,.$$

Работа, совершаемая силами электрического поля при перемещении заряда, равна убыли потенциальной энергии W заряда:

$$A = W_1 - W_2\,,$$

где W_1 и W_2 - значения потенциальной энергии заряда в начальной и конечной точках траектории.

Потенциальная энергия точечного заряда q' в данной точке поля, удаленной на расстояние r от точечного заряда q, создающего поле, равна:

$$W = \frac{qq'}{4\pi\varepsilon_0 r}\,, \tag{1}$$

при условии, что $W(\infty) = 0$.

Потенциал электрического поля. Потенциалом φ в данной точке поля называется отношение:

$$\varphi = \frac{W}{q}\,,$$

где W - потенциальная энергия произвольного точечного заряда q, помещенного в данную точку поля.

Потенциал численно равен потенциальной энергии, которой обладал бы в данной точке поля единичный положительный заряд. Потенциальная энергия произвольного заряда q в данной точке поля равна $W = q\varphi$, где φ потенциал в этой точке поля.

Работа, которая совершается силами электрического поля при перемещении точечного заряда q из данной точки на бесконечность (где принимается, что $\varphi_\infty = 0$), равна

$$A_\infty = q\varphi\,.$$

Из последнего равенства следует, что потенциал электрического поля численно равен работе, совершаемой электрическими силами при перемещении единичного положительного заряда из данной точки поля в бесконечность, $\varphi = A_\infty/q$.

Механическая энергия. Если заряд q перемещается из точки 1 в точку 2, то изменение его кинетической энергии равно:

$$\Delta T = -q\Delta\varphi + A\,,$$

где $\Delta\varphi = \varphi_2 - \varphi_1$ - разность потенциалов и A - работа неконсервативных сил на перемещении из точки 1 в точку 2.

Потенциал поля точечного заряда. Потенциал поля точечного заряда q в точке, отстоящей от заряда на расстоянии r, равен

$$\varphi = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 r}\,.$$

Нахождение напряженности с помощью потенциала:

$$\mathbf{E} = -\mathrm{grad}\varphi = -\left(\frac{\partial\varphi}{\partial x}, \frac{\partial\varphi}{\partial y}, \frac{\partial\varphi}{\partial z}\right)\,.$$

Нахождение потенциала с помощью напряженности:

$$\varphi_1 - \varphi_2 = \int\limits_{(1)}^{(2)} E_l\,dl\,,$$

где интеграл берется по любой траектории, связывающей точки 1 и 2 и E_l - проекция вектора напряженности в некоторой точке траектории на направление перемещения $d\mathbf{l}$. Если принимается что $\varphi_1 = 0$, то потенциал в любой другой точке P равен

$$\varphi_P = \int\limits_{(P)}^{(1)} E_l\,dl\,.$$

Потенциальная энергия взаимодействия системы зарядов. Потенциальная энергия системы зарядов есть работа, которую надо совершить, чтобы переместить заряды из данной конфигурации на бесконечно большие расстояния друг от друга, на которых взаимодействие между зарядами отсутствует. Для двух точечных зарядов q и q', расстояние между которыми r, потенциальная энергия взаимодействия дается равенством (1).

Решение задач

1.1. В центре квадрата, в каждой вершине которого находится заряд $q = 2,33$ нКл, помещен отрицательный заряд q_0 (рис. 1). Найти этот заряд, если каждый заряд q находится в равновесии.

Решение: Обозначим заряды в углах квадрата как q_i, $(i = 1, 2, 3, 4)$ и $q_i = q$. Найдем силу действующую, например, на заряд q_2. Со стороны зарядов q_1, q_3, q_4 на него действуют силы, соответственно, $\boldsymbol{F}_1, \boldsymbol{F}_3, \boldsymbol{F}_4$ и

$$F_1 = F_3 = F = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2},$$

где a сторона квадрата. Сила, действующая со стороны заряда q_0 по величине равна

$$F_0 = \frac{|q_0|q}{4\pi\varepsilon_0(a/\sqrt{2})^2} = 2\frac{|q_0|}{q}F\,.$$

Сила, действующая со стороны q_4 есть

$$F_4 = \frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0(\sqrt{2}a)^2} = \frac{1}{2}\frac{q^2}{4\pi\varepsilon_0 a^2} = \frac{F}{2}$$

Запишем условие равновесия заряда q_2, $-\boldsymbol{F}_0 = \boldsymbol{F}_1 + \boldsymbol{F}_3 + \boldsymbol{F}_4$. Вдоль диагонали будем иметь

$$2\frac{|q_0|}{q}F = \frac{F}{2} + \sqrt{2}F\,.$$

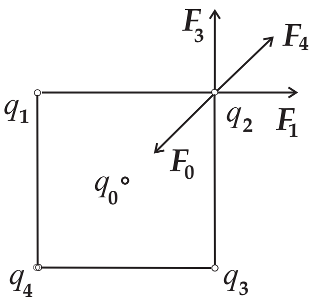


Рис. 1.

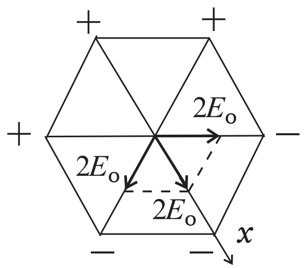


Рис. 2.

Откуда $|q_0| = (q/4)(2\sqrt{2}+1) \simeq 0,96q$ и $q_0 = -2,23$ нКл.

1.2. В вершинах правильного шестиугольника расположены три положительных и три отрицательных заряда величины (см. рис 2). Найти напряженность E электрического поля в центре шестиугольника, если каждый заряд $q = 1{,}5$ нКл; сторона шестиугольника $a = 3$ см.

Решение: Напряженность электрического поля точечного заряда $E = q/(4\pi\varepsilon_0 r^2)$. Поэтому величина напряженности поля любого заряда в центре многоугольника есть

$$E_0 = \frac{|q|}{4\pi\varepsilon_0 a^2}\,.$$

Результирующее поле определяется векторным сложением. В данном случае векторный параллелограмм представляет собой ромб с острым углом в 60°. В этом случае меньшая диагональ ромба равна стороне, т.е. $2E_0$. Результирующее поле направлено вдоль оси x и равно

$$E = 2E_0 + 2E_0 = 4E_0 \approx 60\ \text{кВ/м}\,.$$

1.3. На рис. 3 - AA - заряженная плоскость с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 40$ мкКл/м^2 и B - одноименно заряженный шарик с массой $m = 1$ г и зарядом $q = 1$ нКл. Какой угол α с плоскостью AA образует нить, на которой висит шарик?

Решение: Заряженный шарик находится в поле заряженной плоскости напряженности $E = \sigma/2\varepsilon_0$ (рис. 4). Если T - сила натяжения нити, то условие равновесия на оси x y есть

$$T\cos\alpha \quad = \quad mg \qquad\quad T\sin\alpha = qE\,,$$

откуда

$$\operatorname{tg}\alpha = \frac{q\sigma}{2\varepsilon_0 mg} = 0,23\,.$$

1.4. На рис. 5 показана замкнутая поверхность в виде куба с длиной ребра $l = 2$ м, один угол которого находится в точке с координатами $x_1 = 5$м, $y_1 = 4$ м. Куб расположен в области , где

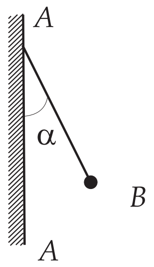


Рис. 3.

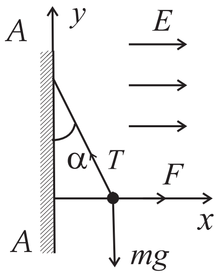


Рис. 4.

напряженность электрического поля $\mathbf{E} = -3\mathbf{e}_x - 4y^2\mathbf{e}_y + 3\mathbf{e}_z$(В/м). Найти суммарный заряд, расположенный внутри куба.

Решение: Суммарный заряд есть

$$\frac{q}{\varepsilon_0} = \int_S E_n dS \,,$$

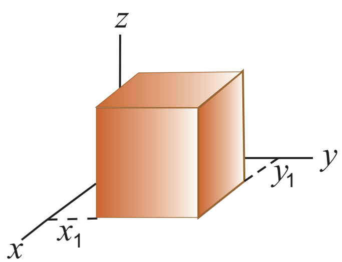


Рис. 5.

где поверхностный интеграл берется по боковым граням куба. Внешними нормалями к граням являются базисные орты $\pm\mathbf{e}_x$, $\pm\mathbf{e}_y$, $\pm\mathbf{e}_z$. Рассмотрим вначале поток через грани, нормали к которым лежат вдоль оси x. Поток Φ_x через грань, внешняя нормаль к которой есть $\mathbf{e}_x$ равен

$$\Phi_x = \int_{S_x} E_n dS = \int_{S_x} \mathbf{E}\cdot\mathbf{n}dS = \int_{S_x} \mathbf{E}\cdot\mathbf{e}_x dS = \int_{S_x} (-3)dS = -3S_x \,,$$

где $S_x = l^2 = 4$ м^2 - площадь грани. Поэтому $\Phi_x = -12$ В $\cdot$ м. Аналогично для грани, нормаль к которой $-\mathbf{e}_x$ поток равен $\Phi_{-x} = 12$В $\cdot$ м. Суммарный поток через эти две грани, $\Phi_x + \Phi_{-x}$, равен нулю. Подобным образом можно показать, что суммарный поток через грани, нормали к которым лежат вдоль оси z, также равен

нулю. Поэтому поток через поверхность куба равен потоку через грани перпендикулярные оси y. Поток через эти грани равен:

$$\Phi = -16y^2\Big|_{y=4} + 16y^2\Big|_{y=2} = -192 \text{ В}\cdot\text{м}$$

и $q = \varepsilon_0\Phi = -1,7\cdot 10^{-9}$ Кл.

1.5. Найти напряженность поля бесконечной заряженной нити с линейной плотностью заряда λ.

Решение: Используем теорему Гаусса. Рассмотрим поверхность цилиндра с радиусом основания r и высотой h, осью которого является нить (рис. 6) . По теореме Гаусса

$$\Phi_E = \int_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0}\, q \,,$$

где q заряд внутри цилиндра. Из соображений симметрии, вектор напряженности поля $\boldsymbol{E}$ перпендикулярен нити и боковой поверхности цилиндра. Поэтому на боковой поверхности $E_n = E$, а на основаниях $E_n = 0$, следовательно

$$E\cdot 2\pi r h = \frac{1}{\varepsilon_0}\lambda h \,.$$

Откуда

$$E = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r} \,,$$

где r - расстояние от нити до точки в которой измеряется напряженность.

1.6. С какой силой $\boldsymbol{F}$ на единицу длины отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно длинные нити (рис. 7) с одинаковой линейной плотностью заряда $\lambda = 3$ мкКл/м, находящиеся на расстоянии $r_1 = 2$ см друг от друга в вакууме? Какую работу A на единицу длины надо совершить, чтобы сдвинуть эти нити до расстояния $r_2 = 1$ см

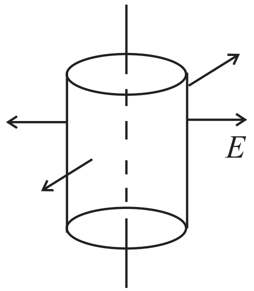


Рис. 6.

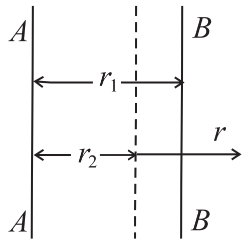


Рис. 7.

Решение: а) Напряженность поля бесконечной заряженной нити равна

$$E(r) = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r}.$$

Поэтому нить AA действует на элемент Δh нити BB с силой

$$\Delta F = \Delta q E = \lambda\Delta h \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 r_1}.$$

Сила, действующая на единицу длины равна

$$F = \frac{\lambda^2}{2\pi\varepsilon_0 r_1} = 8,1\,\text{н/м}.$$

б) Пусть A' работа, которую совершает нить AA, чтобы сместить (отодвинуть) нить BB. Работа против сил поля (для сближения) равна $A = -A'$ Считая, что нить AA неподвижна найдем работу, которую она совершает, чтобы переместить элемент Δh нити BB:

$$A' = \int\limits_{r_2}^{r_1} F(r)dr = \int\limits_{r_2}^{r_1} \lambda\Delta h E(r)dr = \frac{\lambda^2\Delta h}{2\pi\varepsilon_0}\int\limits_{r_2}^{r_1}\frac{dr}{r} = \frac{\lambda^2\Delta h}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_1}{r_2}$$

Для единицы длины нити получаем

$$A = -A' = \frac{\lambda^2\Delta h}{2\pi\varepsilon_0}\ln\frac{r_2}{r_1} = -0,112\,\text{Дж/м}.$$

1.7. Кольцо радиуса R равномерно заряжено зарядом q (рис. 8). Найти напряженность поля E на оси, проходящей через центр кольца в точке, удаленной от центра на расстоянии a.

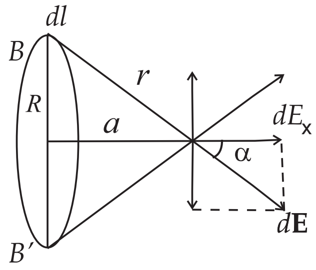


Рис. 8.

Решение: Рассмотрим электрическое поле созданное элементом окружности dl, несущим заряд dq:

$$d\boldsymbol{E} = \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0 r^2}\frac{\boldsymbol{r}}{r},$$

$$dE_x = dE\cos\alpha = \frac{a}{r}dE = \frac{adq}{4\pi\varepsilon_0 r^3}.$$

Результирующее поле, созданное двумя диаметрально расположенными точками B и B' будет направлено вдоль оси. Нормальные компоненты поля к оси взаимно компенсируют друг друга. Поэтому результирующее поле всего кольца также будет направлено вдоль оси и его величина равна

$$\begin{aligned} E = E_x = \int dE_x &= \int \frac{dq}{4\pi\varepsilon_0}\frac{a}{(a^2+R^2)^{3/2}} \\ &= \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{a}{(a^2+R^2)^{3/2}}\int dq = \frac{aq}{4\pi\varepsilon_0(a^2+R^2)^{3/2}}. \end{aligned}$$

10.8. Найти напряженность электрического поля $\boldsymbol{E}$ в области пересечения двух шаров (рис. 9), равномерно заряженных разноименными по знаку зарядами с объемной плотностью ρ и $-\rho$, если расстояние между центрами шаров равно a.

Решение: Напряженность внутри произвольного заряженного шара равна

$$\boldsymbol{E}(\boldsymbol{r}) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R^3}\boldsymbol{r},$$

где R радиус шара, $\boldsymbol{r}$ - радиус-вектор точки относительно центра шара. Так как $q = \rho 4\pi R^3/3$, то

$$\boldsymbol{E} = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}\boldsymbol{r}.$$

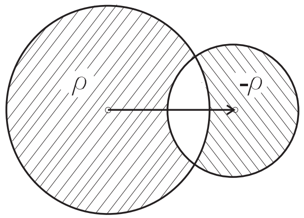


Рис. 9.

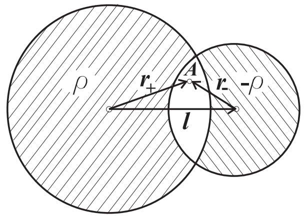


Рис. 10.

Поле в области пересечения шаров можно рассматривать как суперпозицию полей двух равномерно заряженных шаров (рис. 10). Тогда в произвольной точке A этой области

$$\boldsymbol{E} = \boldsymbol{E}_+ + \boldsymbol{E}_- = \frac{\rho}{3\varepsilon_0}(\boldsymbol{r}_+ - \boldsymbol{r}_-) = \frac{\rho \boldsymbol{l}}{3\varepsilon_0},$$

где $\boldsymbol{l}$ вектор, идущий из центра одного шара в центр другого. Поле в области пересечения является однородным.

1.9. Найти напряженность электрического поля тонкого однородно заряженного диска радиуса R в точке A, расположенной на оси диска на расстоянии a от его центра (рис. 11). Поверхностная плотность заряда σ.
Решение: Разобъем диск на бесконечно тонкие кольца окружностями с радиусами r и $r + dr$, $0 \leqslant r < R$. Каждое кольцо имеет заряд $dq = \sigma 2\pi r dr$ и создает в точке A напряженность поля $d\boldsymbol{E}$, направленное вдоль оси диска, величина которого, согласно задачи 9.6, равна

$$dE = dE_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{adq}{(r^2+a^2)^{3/2}} = \frac{a\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{rdr}{(r^2+a^2)^{3/2}}.$$

Результирующее поле, созданное всем диском равно

$$E = E_x = \frac{a\sigma}{2\varepsilon_0}\int\limits_0^R \frac{rdr}{(r^2+a^2)^{3/2}} = -\frac{a\sigma}{2\varepsilon_0}\frac{1}{\sqrt{r^2+a^2}}\Big|_0^R = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{a}{R^2+a^2}\right].$$

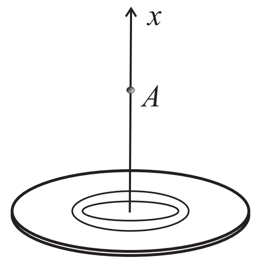


Рис. 11.

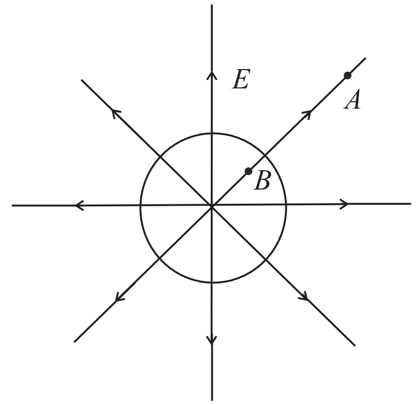


Рис. 12.

1.10. Вычислить потенциал поля сферы радиуса R с зарядом q, равномерно распределенным по поверхности (рис. 12).
Решение: Так как потенциал равен работе, по перемещению единичного положительного заряда из данной точки (1) на бесконечность ($\varphi_\infty = 0$), то

$$\varphi_1 = \int\limits_{(1)}^{\infty} E_l dl,$$

где E_l - проекция напряженности электрического поля $\boldsymbol{E}$ на направление элементарного перемещения. В случае сферы рассмотрим перемещение вдоль радиального направления, вдоль которого $E = E_l$ и

$$E = \begin{cases} \dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\dfrac{q}{r^2}, & \text{если } r \geqslant R \\ 0, & \text{если } r < R. \end{cases}$$

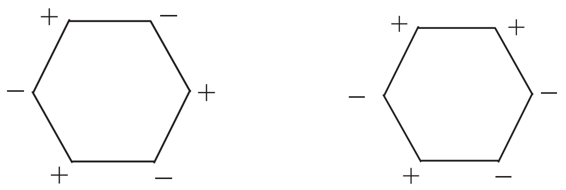


Рис. 13.

Поэтому, при

1) $r \geqslant R$ (точка A)

$$\varphi(r) = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_r^\infty \frac{dr'}{r'^2} = -\frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\frac{1}{r'}\Big|_r^\infty = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r};$$

2) $r < R$ (точка B)

$$\varphi(r) = \int\limits_r^R E dr' + \int\limits_R^\infty E dr' = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\int\limits_R^\infty \frac{dr'}{r'^2} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{R} = \text{const}.$$

Внутри сферы $\varphi = \text{const}$, вне сферы потенциал совпадает с потенциалом точечного заряда.

Задачи

Напряженность электрического поля

1.11. Найти напряженность $\boldsymbol{E}$ электрического поля в точке, лежащей посередине между точечными за рядами $q_1 = 8$ нКл и $q_2 = -6$ нКл. Расстояние между зарядами $r = 10$ см.
Ответ: $E = 50{,}4$ кВ/м .

1.12. В вершинах правильного шестиугольника расположены три положительных и три отрицательных заряда (рис. 13). Найти напряженность E электрического поля в центре шестиугольника при различных комбинациях в расположении этих зарядов. Каждый заряд $q = 1{,}5$ нКл; сторона шестиугольника $a = 3$см.
Ответ: а) $E = 0$; б) $E = 30$ кВ/м.

1.13. Два точечных заряда $q= 7$ нКл и $q = -14{,}7$ нКл расположены на расстоянии $r = 5$ см. Найти напряженность E электрического поля в точке находящейся на расстояниях $a = 3$ см от положительного заряда и $b = 4$ см от отрицательного заряда.
Ответ: $\dfrac{1}{4\pi\varepsilon_0}\sqrt{q_1^2/a^4 + q_2^2/b^4} = 108$ кВ/м.

1.14. Два шарика одинакового радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. После сообщения шарикам заряда $q_0 = 0{,}4$ мкКл они оттолкнулись друг от друга и разошлись на угол $2\alpha = 60^o$. Найти массу m каждого шарика, если расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 20$ см.
Ответ: $m = q_0^2/(16\pi\varepsilon_0 l^2 g \sin^2\alpha \operatorname{tg}\alpha) = 1,59$ г.

1.15. Два шарика одинакового радиуса и массы подвешены на нитях одинаковой длины так, что их поверхности соприкасаются. Какой заряд q надо сообщить шарикам, чтобы сила натяжения нитей стала равной $T = 98$ мН. Расстояние от центра шарика до точки подвеса $l = 10$ см, масса каждого шарика $m = 5$ г.
Ответ: $q = 8l\sqrt{\pi\varepsilon_0 T}[1 - (mg/T)^2]^{3/4} = 1,1\cdot 10^{-6}$ Кл.

1.16. Положительный точечный заряд 50 мкКл находится на плоскости xy в точке с радиусом вектором $\mathbf{r}_0 = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j}$, где $\mathbf{i}$, $\mathbf{j}$ - орты осей x и y. Найти напряженность электрического поля и ее модуль в точке с радиусом вектором $\mathbf{r}_1 = 8\mathbf{i} - 5\mathbf{j}$. Здесь $\mathbf{r}_0$ и $\mathbf{r}_1$ даны в метрах.
Ответ: $\mathbf{E} = 2,7\mathbf{i} - 3,6\mathbf{j}$; $E = 4,5$ кВ/м.

1.17. Свинцовый шарик ($\rho = 11,3$г/см^3) диаметром $d = 0,5$ см помещен в глицерин ($\rho_1 = 1,26$г/см^3). Определить заряд шарика, если в однородном электрическом поле шарик оказался взвешенным в глицерине. Напряженность электрического поля направлена вертикально вверх и его величина равна $E = 4$ кВ/см.
Ответ: $q = \pi g d^3(\rho - \rho_1)/6E = 16{,}1$ нКл.

1.18. Определить напряженность поля, созданного диполем с электрическим моментом $p = 1$нКл·м на расстоянии $r = 25$ см от центра диполя в направлении, перпендикулярном его оси.
Ответ: $E = p/4\pi\varepsilon_0 r^3 = 576$ В/м.

1.19. Определить напряженность электрического поля в точке A, расположенной на прямой, соединяющей заряды $q = 10$ нКл и $q = -8$ нКл и находящейся на расстоянии $r = 8$ см от отрицательного заряда. Расстояние между зарядами $l = 20$ см. Точка A находится вне отрезка, соединяющего заряды.

Ответ: $E = 10,1$ кВ/м.

1.20. На рис. 14 AA - заряженная бесконечная плоскость и B - одноименно заряженный шарик с массой $m = 0{,}4$мг и зарядом $q = 667$ пКл. Сила натяжения нити, на которой висит шарик, $T = 0{,}49$ мН. Найти поверхностную плотность заряда σ на плоскости AA.

Ответ: $\sigma = 2(\varepsilon_0/q)\sqrt{T^2 - (mg)^2} =$
$= 13 \cdot 10^{-6}$Кл/м^2

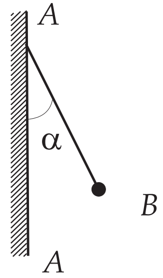


Рис. 14.

1.21. Найти силу F, действующую на заряд $q = 2$ СГС ед. заряда, если заряд помещен: а) на расстоянии $r =$ 2см от заряженной нити с линейной плотностью заряда $\lambda = 0,2$ мкКл/м; б) в поле заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 20$ мкКЛ/м^2; в) на расстоянии $r = 2$ см от поверхности заряженного шара с радиусом $R = 2$ см и поверхностной плотностью заряда $\sigma = 20$ мкКЛ/м^2.

Ответ: а)$F = qE = \dfrac{\lambda q}{2\pi\varepsilon_0}\dfrac{1}{r} = 120$ мкН; б) $F = \dfrac{\sigma q}{2\epsilon_0} = 7,5 \cdot 10^{-4}$Н;

в)$F = qE = \dfrac{\sigma q R^2}{\varepsilon_0 (r+R)^2} = 3,8 \cdot 10^{-4}$Н.

1.22. Две длинные одноименно заряженные нити расположены на расстоянии $r = 10$ см друг от друга. Линейная плотность заряда на нитях $\lambda = \lambda_1 = \lambda_2 = 10$ мкКл/м. Найти модуль и направление напряженности $\boldsymbol{E}$ результирующего электрического поля в точке, находящейся на расстоянии $a = 10$ см от каждой линии.

Ответ: $E = \dfrac{\lambda}{\pi\varepsilon_0 a}\sqrt{1 - r^2/4a^2} = 3,12$ МВ/м.

1.23. С какой силой F на единицу площади отталкиваются две одноименно заряженные бесконечно протяженные плоскости? Поверхностная плотность заряда на плотностях $\sigma = 0,3$мКл/м^2

Ответ: $F = \dfrac{\sigma^2}{2\varepsilon_0}$.

1.24. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе заряженная капелька ртути плотности $\rho = 13,5\,$г/см^3 находится в равновесии. Заряд капли $q = 2,4 \cdot 10^{-9}$ СГС$_q$, поверхностная плотность пластин конденсатора $\sigma = 0,3\,$мКл/м^2. Найти радиус R капли.

Ответ: $R = \sqrt[3]{3\sigma q/4\pi\varepsilon_0\rho g} = 3,66$ мкм.

1.25. Найти напряженность поля однородно заряженной нити длины l в точке A, отстоящей от нити на расстоянии a вдоль прямой, проходящей через ее середину (ось x). Линейная плотность заряда λ.

Ответ: $E = E_x = \dfrac{\lambda l}{4\pi\varepsilon_0 a}\dfrac{1}{\sqrt{a^2 + l^2/4}}$.

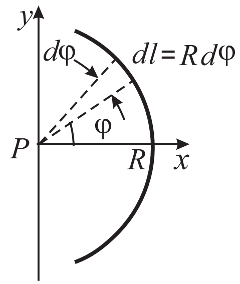


Рис. 15.

1.26. Напряженность электрического поля на оси заряженного кольца имеет максимальное значение на расстоянии L от центра кольца. Во сколько раз напряженность электрического поля в точке, расположенной на расстоянии $L/2$ от центра кольца, будет меньше максимального значения напряженности?

Ответ: $E_{\max}/E(L/2) = 3\sqrt{3}/4$.

1.27. Внутри шара заряженного равномерно с объемной плотностью ρ имеется сферическая полость. Центр полости смещен относительно центра шара на вектор $\boldsymbol{a}$. Найти напряженность $\boldsymbol{E}$ поля внутри полости.

Ответ: $\boldsymbol{E} = \dfrac{\rho\boldsymbol{a}}{3\varepsilon_0}$.

1.28. Заряд $q > 0$ равномерно распределен по тонкому стержню, изогнутому в виде дуги окружности радиуса R, с центральным углом $2\pi/3$ и расположенной симметрично относительно оси x (рис. 15). Найти вектор напряженности электрического поля в точке P, являющейся центром окружности.

Ответ: $E = \dfrac{3\sqrt{3}q}{8\pi^2\varepsilon_0 R^2}$.

Работа, потенциал

1.29. До какого расстояния r могут сблизиться два электрона, если они начинают движение навстречу дуг другу с относительной скоростью $\upsilon_0 = 10^6$м/с, находясь на бесконечно большом расстоянии друг от друга. ($m_e = 9,1 \cdot 10^{-31}$ кг, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл)
Ответ: $r = e^2/(2\pi\varepsilon_0 m\upsilon_0^2) = 5 \cdot 10^{-10}$ м.

1.30. Два шарика с зарядами $q_1 = 6,66$ нКл и $q_2 = 13,33$ нКл находятся на расстоянии $r_1 = 40$см. Какую работу надо совершить чтобы сблизить их до расстояния $r_2 = 25$ см.
Ответ: $A = 1,2$ мкДж.

1.31. Найти потенциал φ точки поля, находящейся на расстоянии $r = 10$ см от центра заряженного шара радиусом $R = 1$см. Задачу решить, если: а) заряд распределен по поверхности шара с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 0,1$мкКл/м^2; б) задан потенциал шара $\varphi_0 = 300$ В.
Ответ: а)$\varphi = \sigma R^2/\varepsilon_0 r = 11,3$В; б) $\varphi = R\varphi_0/r = 30$ В.

1.32. Какая работа A совершается при перенесении точечного заряда $q = 20$ нКл из бесконечности в точку, находящуюся на расстоянии $r = 1$ см от поверхности шара радиуса $R = 1$ см с поверхностной плотностью заряда $\sigma = 10$мкКл/м^2?
Ответ: $A = -\dfrac{\sigma q R^2}{\varepsilon_0(R+r)} = 113$ мкДж.

1.33. Шарик с массой $m = 1$ г и зарядом $q = 10$ нКл перемещается из точки 1, потенциал которой $\varphi = 600$В в точку 2, потенциал которой $\varphi_2 = 0$. Найти его скорость υ_1 в точке 1, если в точке 2 она стала равной $\upsilon_2 = 20$ см/с.
Ответ: $\upsilon_1 = \sqrt{\upsilon_2^2 - \dfrac{2q}{m}(\varphi_1 - \varphi_2)} = 16,7$см/с.

1.34. Вычислить потенциал поля бесконечной, тонкой, прямолинейной нити, равномерно заряженной с линейной плотностью заряда λ.

Ответ: $\varphi = -\dfrac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0}\ln r + \mathrm{const}$, r - расстояние до нити.

1.35. На расстоянии $r_1 = 4$см от бесконечной длинной заряженной нити находится точечный заряд $q = 0,66$ нКл. Под действием поля заряд приближается к нити до расстояния $r_2 = 2$ см, при этом совершается работа $A = 50$ эрг. Найти линейную плотность заряда нити λ.
Ответ: $\lambda = \dfrac{2\pi\varepsilon_0 A}{q\ln(r_1/r_2)} = 0,6$ мкКл/м.

1.36. Найти потенциал бесконечной равномерно заряженной плоскости с поверхностной плотностью заряда σ.
Ответ:

$$\varphi(x) = \begin{cases} -\dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}x + \mathrm{const}, & x > 0 \\ \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}x + \mathrm{const}, & x < 0. \end{cases}.$$

1.37. Электрическое поле образовано положительно заряженной бесконечно длинной нитью. Двигаясь по действием этого поля от точки, находящейся на расстоянии $r_1 = 1$ см от нити, до точки $r_2 = 4$ см, электрон изменил свою скорость от $\upsilon_1 = 2 \cdot 10^5$ м/с до $\upsilon_2 = 3 \cdot 10^6$ м/с. Найти линейную плотность заряда нити λ.
Ответ: $\lambda = \dfrac{\pi\varepsilon_0 m}{e\ln(r_2/r_1)}(\upsilon_2^2 - \upsilon_1^2) = 3,7$ мкКл/м.

1.38. Около заряженной бесконечно протяженной плоскости находится точечный заряд $q = 0,66$ нКл. Заряд перемещается по линии напряженности поля на расстояние $\Delta r = 2$ см, при этом совершается работа $A = 50$ эрг. Найти поверхнотную плотность заряда σ.
Ответ: $\sigma = \dfrac{2\varepsilon_0 A}{q\Delta r} = 6,7$ мкКл/м^2.

1.39. Разность потенциалов между пластинами плоского конденсатора $U = \varphi_1 - \varphi_2 = 90$ В. Площадь каждой пластины $S = 60$см^2, ее заряд $q = 1$ нКл. На каком расстоянии d друг от друга находятся пластины.
Ответ: $d = \dfrac{\varepsilon_0 SU}{q} = 4,78$ мм.

1.40. Между двумя вертикальными пластинами, находящимися на расстоянии $d = 1$ см друг от друга, на нити висит заряженный шарик массы $m = 0,12$ г. После подачи на пластины разности потенциалов $U = 1$ кВ нить с шариком отклонилась на угол $\alpha = 10°$. Найти заряд шарика.

Ответ: $q = \dfrac{mgd \operatorname{tg} \alpha}{U} = 1,73$ нКл.

1.41. В плоском горизонтально расположенном конденсаторе, расстояние между пластинами которого $d = 3,84$ мм, находится заряженная частица с зарядом $q = 1,44 \cdot 10^{-9}$СГС$_q$. Для того чтобы частица находилась в равновесии, между пластинами конденсатора нужно приложить разность потенциалов $U = 40$ В. Найти массу m частицы.

Ответ: $m = \dfrac{qU}{gd} = 5,1 \cdot 10^{-16}$ кг.

2. Диэлектрики

Электрический диполь. Электрическим диполем называется система, состоящая из двух равных по величине и противоположных по знаку зарядов $+q$ и $-q$, расположенных на расстоянии l друг от друга.

Электрическим моментом диполя (дипольным моментом) называется вектор $\mathbf{p} = q\mathbf{l}$; вектор $\mathbf{l}$ направлен по оси диполя от отрицательного заряда к положительному.

Полярные и неполярные молекулы. По своим электрическим свойствам молекулы диэлектрика эквивалентны электрическим диполям. Если в отсутствии внешнего поля молекула имеют отличный от нуля дипольный момент, то молекула называется полярной. Диэлектрик, состоящий из таких молекул называется полярным диэлектриком.. Если дипольный момент молекулы равен нулю, то молекула называется неполярной (неполярный диэлектрик). В отсутствие внешнего электрического поля суммарный дипольный момент молекул любого объема диэлектрика равен нулю.

Вектор поляризации. Во внешнем электрическом поле диэлектрик поляризуется. Поляризацию диэлектрика характеризует вектор поляризации (поляризованность) $\mathbf{P}$ - векторная сумма дипольных моментов молекул, находящихся в единице объема.

Поверхностная плотность связанных зарядов. На поверхности поляризованного диэлектрика, находящегося в вакууме поверхностная плотность связанного (поляризационного) заряда σ' равна

$$\sigma' = P_n \,,$$

где P_n - проекция вектора поляризации на направление внешней нормали.

Диэлектрик в однородном электростатическом поле. Если однородный диэлектрик находится между двумя параллельными, разноименно заряженными, с поверхностной плотностью σ, плоскостями, то величина напряженности результирующего электрического поля в диэлектрике равна:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon} \,,$$

где ε - диэлектрическая проницаемость. Поверхностная плотность связанных зарядов на гранях диэлектрика, параллельных внешним плоскостям, равна:

$$\sigma' = \frac{\varepsilon - 1}{\epsilon} \sigma \,.$$

Закон Кулона в диэлектрике. Если точечные заряды q_1 и q_2 находятся в однородной диэлектрической среде, то сила их электростатического взаимодействия равна

$$\mathbf{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{q_1 q_2}{\varepsilon r^3} \mathbf{r}_{12} \,,$$

где $\mathbf{F}_{12}$ - сила, с которой первый заряд действует на второй, r - расстояние между зарядами, $\mathbf{r}_{12}$ радиус-вектор второго заряда относительно первого.

Теорема Гаусса для диэлектрика. Поток вектора электрического смещения $\mathbf{D} = \epsilon_0\mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_0\varepsilon\mathbf{E}$ через замкнутую поверхность S, внутри которой имеются как связанные, так и свободные заряды, равен алгебраической сумме свободных зарядов q:

$$\oint_S D_n\, dS = q\,.$$

Примеры решение задач

2.1. В однородное электростатическое поле напряженностью $E_0 =$ 700В/м перпендикулярно полю помещается бесконечная плоскопараллельная стеклянная пластинка с диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = 7$. Найти: а) напряженность электрического поля внутри пластинки E; б) электрическое смещение внутри пластинки D; в) поляризованность стекла P; г) поверхностную плотность связанных зарядов σ'.

Решение: а) В результате поляризации диэлектрик становится подобен конденсатору с плотностью зарядов $\pm\sigma'$ на пластинах. Напряженность электрического поля в этом случае равна $E = E_0/\varepsilon = 100$В/м;
б) Величина электрического смещения равна $D = \varepsilon\varepsilon_0 E = 6{,}19$ нКл/м^2;
в) Поляризованность P найдем из равенства $D = \varepsilon_0 E + P$:

$$P = D - \varepsilon_0 E = \varepsilon\varepsilon_0 E - \varepsilon_0 E = \varepsilon_0(1 - 1/\varepsilon)E_0 = 5,31\text{нКл/м}^2;$$

г) поверхностная плотность связанных зарядов равна $\sigma' = P =$ $5,31$нКл/м^2.

2.2.Найти силу, действующую на диполь во внешнем неоднородном поле.

Решение: Поместим диполь во внешнее неоднородное электрическое поле. Пусть $\mathbf{E}_+$ и $\mathbf{E}_-$ - напряженности внешнего поля в точках, где расположены положительный и отрицательные заряды диполя (рис. 16). Тогда результирующая сила $\mathbf{F}$, действующая

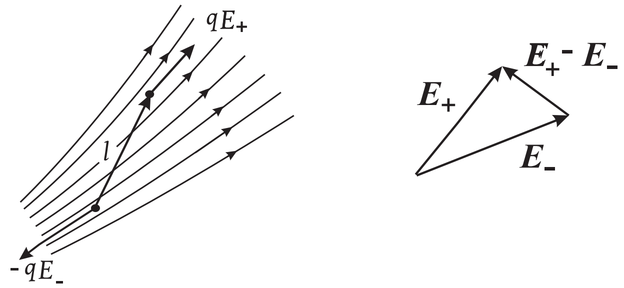


Рис. 16.

на диполь, равна

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E}_+ - q\mathbf{E}_- = q(\mathbf{E}_+ - \mathbf{E}_-)\,.$$

Разность $\mathbf{E}_+ - \mathbf{E}_-$ - это приращение $\Delta\mathbf{E}$ вектора $\mathbf{E}$ на отрезке, равном длине диполя l. Считая l малым можно приближенно записать

$$\Delta\mathbf{E} = \mathbf{E}_+ - \mathbf{E}_- = \frac{\Delta\mathbf{E}}{l}\, l \approx \frac{\partial\mathbf{E}}{\partial l}\, l\,,$$

где производная берется вдоль отрезка, соединяющего заряды. После подстановки этого выражения в формулу для $\mathbf{F}$ получим

$$\mathbf{F} = p\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial l}\,,$$

где $p = ql$ - электрический момент диполя. Если диполь расположен вдоль оси x, то последнее выражение можно записать в виде

$$\mathbf{F} = p\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial x}\,.$$

Задачи

2.3. Пространство между пластинами плоского конденсатора заполнено парафином ($\varepsilon = 2$). Расстояние между пластинами $d =$

8,85 мм. Какую разность потенциалов необходимо подать на пластины, чтобы поверхностная плотность связанных зарядов на парафине составляла 0,1нКл/см^2.

Ответ: $\Delta\varphi = \dfrac{\sigma' d}{\varepsilon_0(\varepsilon - 1)} = 1$ кВ.

2.4. Расстояние между пластинами плоского конденсатора составляет $d = 5$ мм.После зарядки конденсатора до разности потенциалов $U = 500$ В между пластинами конденсатора поместили стеклянную пластинку ($\varepsilon = 7$). Найти: а) диэлектрическую восприимчивость стекла $\varkappa$; б) поверхностную плотность связанных зарядов на стеклянной пластинке.

Ответ: $\varkappa = 6$; $\sigma' = \dfrac{\varkappa\varepsilon_0 U}{\varepsilon d} = 759$ нКл/м^2.

2.5. Найти поверхностную плотность связанных зарядов на слюденной пластинке ($\varepsilon = 7$) толщиной $d = 1$ мм, служащей изолятором плоского конденсатора, если разность потенциалов между пластинами конденсатора $U = 300$ В.

Ответ: $\sigma' = \dfrac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 U}{d} = 15,9$ мкКл/м^2.

2.6. Расстояние между пластинками плоского конденсатора составляет $d = 1$ см, разность потенциалов $U = 200$ В. Определить поверхностную плотность σ' связанных зарядов эбонитовой пластинки ($\varepsilon = 3$), помещенной на нижнюю пластину конденсатора. Толщина пластины $d_1 = 8$ мм.

Ответ: $\sigma' = \dfrac{(\varepsilon - 1)\varepsilon_0 U}{d_1 + \varepsilon(d - d_1)} = 253$ нКл/м^2.

2.7. Свободные заряды равномерно распределены с объемной плотностью $\rho = 5$нКл/м^3 по шару радиусом $R = 10$ см из однородного изотропного диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ($\varepsilon = 5$). Определить напряженность электрического поля на расстояниях $r_1 = 5$ см и $r_2 = 15$ см от центра шара.

Ответ: $E_1 = \dfrac{\rho}{3\varepsilon\varepsilon_0} r_1 = 1,88$ В/м; $E_2 = \dfrac{\rho}{3\varepsilon_0}\dfrac{R^3}{r_2^2} = 8,37$ В/м.

2.8. Определить расстояние между пластинами плоского конденсатора, если между ними приложена разность потенциалов $U = 150$ В, причем площадь каждой пластины $S = 100$ см^2, а заряд $q = 10$ нКл. Диэлектриком служит слюда ($\varepsilon = 7$).

Ответ: $d = \varepsilon\varepsilon_0 SU/q = 9,29$ мм.

2.9. К пластинам плоского воздушного конденсатора приложена разность потенциалов $U_1 = 500$ В. После отключения конденсатора от источника напряжения в пространство между пластинами внесли парафин ($\varepsilon = 2$). Определить разность потенциалов U_2 между пластинами после внесения диэлектрика.

Ответ: $U_2 = U_1/\varepsilon$.

2.10. Между пластинами плоского конденсатора, находящимися на расстоянии $d = 5$ мм друг от друга, приложена разность потенциалов $U = 150$ В. К одной из пластин прилегает плоскопараллельная пластинка фарфора ($\varepsilon = 6$) толщиной $d_2 = 3$ мм. Найти напряженности E_1, E_2 электрического поля в воздухе ($\varepsilon = 1$) и фарфоре.

Ответ: $E_1 = \dfrac{\varepsilon U}{d_2 + \varepsilon(d_1 - d_2)} = 60$ кВ/м; $E_2 = \dfrac{U}{d_2 + \varepsilon(d_1 - d_2)} = 10$ кВ/м.

2.11. На оси тонкого равномерно заряженного кольца радиуса R находится неполярная молекула. На каком расстоянии x_0 от центра кольца модуль силы $\mathbf{F}$, действующую на данную молекулу, равен нулю.

Ответ: $x_0 = R/\sqrt{2}$.

2.12. Внутри диэлектрического шара радиуса R на полой металлической сферической поверхности радиуса $r < R$, центр которой совпадает с центром шара, распределен сторонний заряд q. Считая, что диэлектрическая проницаемость ε известна, найти напряженность поля на расстоянии $r < r_1 < R$ от центра шара. (*Указание*: использовать теорему Гаусса для диэлектриков)

Ответ: $E = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0 r_1^2}$.

2.13. Между двумя металлическими сферическими оболочками с зарядами $\pm q$ и радиусами $R_1 < R_2$ (центры оболочек совпадают) помещен диэлектрик с диэлектрической проницаемостью ε. Найти разность потенциалов U между оболочками.

Ответ: $U = \dfrac{q}{4\pi\varepsilon\varepsilon_0}\dfrac{R_2 - R_1}{R_1 R_2}$.

2.14. Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора $R_1 = 1$ см., радиус внешнего шара $R_2 = 4$ см. Между шарами приложена разность потенциалов $U = 3$ кВ. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии $r = 3$ см от центра шара.

Ответ: $E = \dfrac{R_1 R_2 U}{(R_2 - R_1) r^2} = 44,5$ кВ/м.

3. Проводники

Электроемкость конденсатора. Электроемкость (или просто емкость) конденсатора C определяется в виде

$$q = CU\,,$$

где q - заряд конденсатора, а U - разность потенциалов на его обкладках.

Емкость плоского конденсатора, между пластинами которого находится слой диэлектрика с диэлектрической проницаемостью ε, равна:

$$C = \frac{\varepsilon_0 \varepsilon S}{d}\,,$$

где S - площадь обкладки и d - расстояние между обкладками. Последнее выражение справедливо при условии $d/\sqrt{S} \ll 1$.

Емкость сферического конденсатора. Сферический конденсатор с концентрическими сферическими обкладками с радиусами $R1$, $R_2 > R_1$ имеет емкость

$$C = 4\pi\varepsilon_0\varepsilon \frac{R_1 R_2}{R_2 - R_1}\,.$$

Изолированная сфера радиуса R имеет емкость

$$C = 4\pi\varepsilon_0 R\,.$$

Соединение конденсаторов. Емкость C параллельно и последовательно соединенных конденсаторов определяется из равенств:

$$C = \sum_{k=1}^{n} C_k \qquad (\text{ параллельное соединение конденсаторов})$$

$$\frac{1}{C} = \sum_{k=1}^{n} \frac{1}{C_k} \qquad (\text{ последовательное соединение конденсаторов})\,,$$

где C_k - емкость k-го конденсатора соединения, состоящего из n конденсаторов.

Энергия заряженного конденсатора. Энергия заряженного конденсатора есть работа, которую нужно совершить, чтобы зарядить незаряженный конденсатор до необходимого заряда q и равна:

$$W = \frac{q^2}{2C} = \frac{qU}{2} = \frac{CU^2}{2}\,,$$

где U -разность потенциалов и C - емкость конденсатора.

Зарядка конденсатора

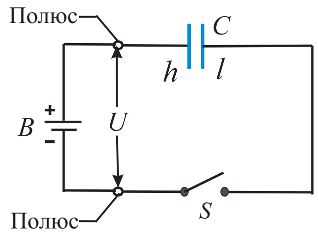


Рис. 17.

Один из способов зарядки конденсатора состоит в соединении его в электрическую цепь с источником питания, например, с аккумуляторной батареей. Батарея есть прибор, который сохраняет определенную разность потенциалов (напряжение) между полюсами(проводниками, через которые заряд может войти или выйти из батареи). Эта разность потенциалов сохраняется за счет внутренних электрохимических реакций, в которых электрические силы могут перемещать внутренний заряд.

На рис (рис. 17) батарея B, переключатель S и незаряженный конденсатор C соединены металлической проволокой в электрическую цепь. Батарея сохраняет разность потенциалов (напряжение) U. Полюс более высокого потенциала отмечен знаком $+$ (положительный полюс); полюс более низкого потенциала отмечен знаком - (отрицательный полюс).

При замыкании цепи (переключатель S закрыт) заряд (электроны) движутся вдоль проводов, перемещаясь из батареи к обкладкам конденсатора. Перемещение электронов производится электрическим полем, которое создает батарея в проводах.

Электрические силы перемещают электроны обкладки h к положительному полюсу батареи. В силу чего обкладка h теряет отрицательный заряд, становясь положительно заряженной. В результате электрохимических реакций точно такой же отрицательный заряд перемещается через отрицательный полюс к обкладке l. В результате обкладка l получает избыточный отрицательный заряд, равный величине отрицательного заряда, потерянного обкладкой h, становясь отрицательно заряженной. Таким образом обкладки конденсатора получают разноименные заряды, равные по величине.

Первоначально, когда обкладки не заряжены разность потенциалов между ними равна нулю. Когда пластины становятся разноименно заряженными, эта разность потенциалов становится равной разности потенциалов между полюсами батареи. Пластина h и положительный полюс батареи имеют равные потенциалы и в соединении между ними поле отсутствует. Аналогично пластина l и отрицательный полюс батареи достигают одинаковых потенциалов и электрическое поле в соединяющем их проводе отсутствует. При отсутствии поля прекращается движение электронов. В результате конденсатор становится полностью заряженным с разностью потенциалов U и зарядом $q = CU$. После зарядки конденсатора заряд на его обкладках может сохраняться неограниченно долго.

Примеры решение задач

3.1. Найти емкость системы двух параллельно соединенных плоских конденсаторов с емкостями C_1 и C_2, если приложенное к системе напряжение равно $U = \varphi_1 - \varphi_2$ (рис. 18).

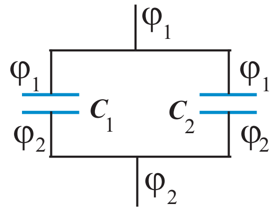


Рис. 18.

Решение: В случае параллельного соединения оба конденсатора заряжаются до одной и той же разности потенциалов U (верхние обкладки, соединенные между собой, представляют единый проводник, вдоль которого, при равновесия зарядов, везде потенциал равен φ_1, аналогично, на нижних - устанавливается потенциал φ_2). В то же время, заряды на конденсаторах могут быть разными и равными $q_1 = C_1U$ и $q_2 = C_2U$. Суммарный заряд на конденсаторах равен

$$q = q_1 + q_2 = (C_1 + C_2)U\,.$$

Всю комбинацию конденсаторов можно представить как один (эквивалентный) конденсатор, емкость которого равна фактической емкости соединения, определяемой как полный заряд деленный на внешнее напряжение, производимое источником питания

$$C = \frac{q}{U} = C_1 + C_2\,.$$

Примечание: Аналогично можно показать, что система n параллельно соединенных конденсаторов с емкостями C_k ($k = 1,2,3.$ . . n) может быть заменена одним эквивалентным конденсатором, емкость которого равна

$$C = \sum C_k\,.$$

Полный заряд такого конденсатора равен сумме зарядов на всех конденсаторах соединения, а напряжение на обкладках совпадает с напряжением каждого конденсатора.

3.2. Найти емкость системы двух последовательно соединенных конденсаторов с емкостями C_1 и C_2, если приложенное напряжение равно $U = \varphi_1 - \varphi_2$ (рис. 19).

Решение: Последовательное соединение означает, что конденсаторы соединены один после другого и внешнее напряжение приложено к концам соединения.

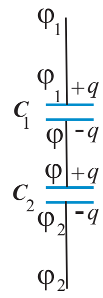


Рис. 19.

При заданном внешнем напряжении $U = \varphi_1 - \varphi_2$ верхняя обкладка первого конденсатора приобретает заряд $+q$, а нижняя - заряд$-q$. Соответственно на нижней обкладке первого конденсатора индуцируется (притягивается) заряд $-q$, а на верхней обкладке второго конденсатора - заряд $+q$.

Нижняя обкладка первого конденсатора и верхняя обкладка второго конденсатора образуют единый проводник и поэтому при равновесии зарядов имеют один и тот же потенциал φ. Таким образом, напряжения на конденсаторах равны $U_1 = \varphi_1 - \varphi$ и $U_2 = \varphi - \varphi_2$ и

$$U_1 + U_2 = U\,.$$

Так как $U_1 = q/C_1$ и $U_1 = q/C_2$, то суммарное напряжение между внешними обкладками есть

$$U = U_1 + U_2 = q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right).$$

Если заменить всю систему конденсаторов на один вспомогательный конденсатор с емкостью $C = q/U$, то получим, используя предыдущее равенство

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\,.$$

Примечание: Аналогично можно показать, что емкость системы,

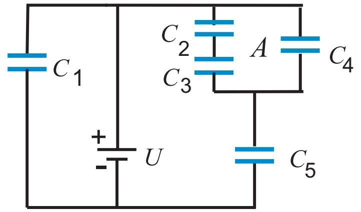


Рис. 20.

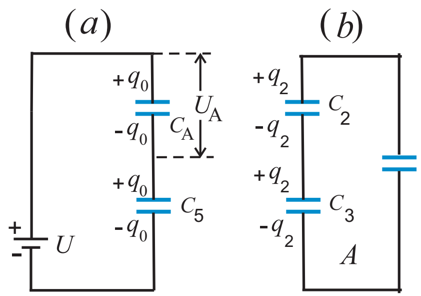


Рис. 21.

состоящей из n последовательно соединенных конденсаторов с емкостями C_k, $k = 1, 2, 3 \ldots n$, равна

$$\frac{1}{C} = \sum \frac{1}{C_k}\,.$$

3.3. На рис. 20 показано соединение, состоящее из источника питания с разностью потенциалов $U = 10,0$ В и пяти конденсаторов с емкостью $C = 10$ мФ. Найти заряд на: а) конденсаторе 1; б) конденсаторе 2.

Решение: а) На конденсаторе 1 такое же напряжение как и на источнике питания. Поэтому

$$q_1 = C_1 U = CU = 10^2\,\text{мК}\,;$$

б) Батарея конденсаторов A (представленная эквивалентным вспомогательным конденсатором C_A) и конденсатор C_5 соединены последовательно (рис. 21а). Найдем емкость этого соединения C_A

$$C_A = C_4 + \frac{C_2 C_3}{C_2 + C_3} = C + \frac{C}{2} = \frac{3}{2}C\,.$$

Емкость C_{A5} последовательного соединения конденсаторов C_A и C_5 равна

$$C_{A5} = \frac{C_5 C_A}{C_A + C_5} = \frac{3}{5}C\,,$$

а его заряд (рис. 21a) есть

$$q_0 = C_{A5}U = \frac{3}{5}CU.$$

Падение напряжение на на соединении A (конденсаторе C_A) равно

$$U_A = \frac{q_0}{C_A} = \frac{2}{5}U\,.$$

Так как конденсаторы C_2 и C_3 последовательно соединены, то они имеют одинаковые заряды $q_2 = q_3$ ((рис. 21b)). Поэтому

$$q_2 = C_{23}U_A\,,$$

где C_{23} - емкость соединения C_2 и C_3, равная

$$C_{23} = \frac{C}{2}\,.$$

Откуда

$$q_2 = \frac{CU_A}{2} = \frac{CU}{5} = 2\cdot 10^{-5}\,\text{Кл}\,.$$

Задачи

3.4.Найти емкость C земного шара. Считать радиус Земли $R =$ 6400 км. На сколько изменится потенциал земного шара, если ему сообщить заряд 1 Кл.

Ответ: $C = 711$ мкФ. Потенциал изменится на $\Delta\varphi = 1406$ В.

3.5.Шарик радиуса $R = 2$ см заряжается отрицательно до потенциала $\varphi = 2$ кВ. Найти массу m всех электронов составляющих заряд, сообщенный шарику (отношение заряда электрона к его массе равно $e/m_e = 1,76\cdot 10^{11}$ Кл/кг).

Ответ: $m = \dfrac{4\pi\varepsilon_0 R\varphi}{e/m_e} = 2,5\cdot 10^{-20}$ кг.

3.6.Восемь заряженных водяных капель радиусом $r = 1$ см и зарядом $q = 0,1$ нКл каждая сливаются в одну общую водяную каплю. Найти потенциал φ большой капли.

Ответ: $\varphi = \sqrt[3]{n^2}\dfrac{q}{4\pi\varepsilon_0 r} = 0,36$ кВ (n = 8).

3.7.Два шарика одинакового радиуса $R = 1$см и массы $m = 40$ мг подвешены на нитях одинаковой длины $l = 10$ см, так что их поверхности соприкасаются. Когда шарики зарядили, нити разошлись на некоторый угол и сила натяжения нитей стала равной $T = 490$ мкН. Найти потенциал φ заряженных шариков.

Ответ: $\varphi = \dfrac{l}{R}\sqrt{\dfrac{T}{\pi\varepsilon_0}}\left[1 - \left(\dfrac{mg}{T}\right)^2\right]^{3/4}$

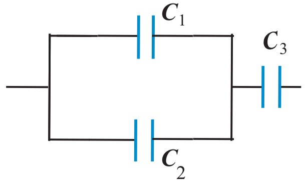


Рис. 22.

3.8.Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 1$м^2, расстояние между ними $d = 1,5$ мм. Найти емкость конденсатора.

Ответ: $C = 5,9$ нФ.

3.9.Найти емкость C системы конденсаторов, изображенных на рис. 22. Емкость каждого конденсатора равна 0,5 мкФ.

Ответ: $C = \dfrac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3}$; $C = 0,33$ мкФ.

3.10.При помощи электрометра сравнивали между собой емкости двух конденсаторов. Для этого заряжали их до разностей потенциалов $U_1 = 300$ В и $U_2 = 100$ В и соединяли оба конденсатора параллельно. Измеренная при этом электрометром разность потенциалов между обкладками конденсаторов оказалась равной $U = 250$В найти отношение емкостей C_1/C_2.

Ответ: $C_1/C_2 = \dfrac{U - U_2}{U_1 - U} = 3.$

3.11.Конденсатор, емкость которого $C_1 = 3,55$ мкФ, после зарядки до разности потенциалов $U = 6,3$ В соединяется параллельно с незаряженным конденсатором с емкостью $C_2 = 8,98$ мкФ. Найти заряд на каждом конденсаторе, после замыкания цепи. и установления равновесия.

Ответ: $q_1 = C_1^2U/(C_1+C_2) = 6,35$ Кл; $q_2 = C_1C_2U/(C_1+C_2) = 16$ Кл.

3.12. Какое количество n конденсаторов емкости $C = 1$мкФ надо

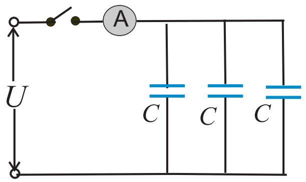


Рис. 23.

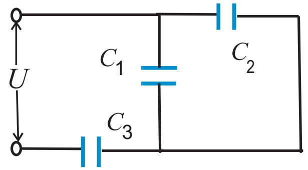


Рис. 24.

соединить параллельно с разностью потенциалов 110В, чтобы сохранить заряд 1,00 Кл.
Ответ: $n = 9 \cdot 10^3$

3.13.Конденсатор, емкость которого $C_1 = 100$пФ, заряжается до разности потенциалов $U = 50$ В. Затем конденсатор отсоединяется от источника питания и соединяется параллельно со вторым незаряженным конденсатором. Найти емкость C_2 второго конденсатора, если напряжение на первом упало до $U_1 = 35$ В.
Ответ: $C_2 = C_1(U - U_1)/U_1 = 43$ пФ.

3.14. Каждый из незаряженных конденсаторов на рис. 23 имеет емкость $C = 25$ мкФ. При замыкании в цепи устанавливается разность потенциалов $U = 4200$ В. Какой заряд q пройдет через амперметр до установления в цепи равновесия.
Ответ: $q = 3CU = 0,315$ Кл.

12.15. Найти емкость соединения трех конденсаторов (рис. 24), если $C_1 = 10,0$ мкФ, $C_2 = 5,00$ мкФ, $C_3 = 4,00$ мкФ.
Ответ: $C = \dfrac{(C_1 + C_2)C_3}{C_1 + C_2 + C_3} = 3,2$ мФ.

3.16. Найти емкость соединения конденсаторов, изображенных на рис. 25, если $C_1 = 10$ мкФ, $C_2 = 5,00$ мкФ, $C_3 = 4,00$ мкФ.
Ответ: $C = \dfrac{C_1C_2 + C_1C_3 + C_2C_3}{C_1 + C_2} =$
$= 7,33$ мкФ.

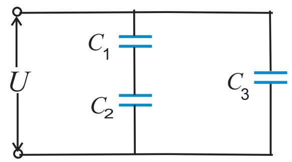


Рис. 25.

3.17. Разность потенциалов между точ-

ками A и B (рис. 26) $U = 6$ В. Емкость первого конденсатора $C_1 = 2$ мкФ, емкость второго $C_2 = 4$ мкФ. Найти заряды q_1, q_2 и разности потенциалов U_1, U_2 на обкладках каждого конденсатора.
Ответ: $U_1 = 4$В, $U_2 = 2$В, $q_{1,2} = \dfrac{C_1C_2U}{C_1 + C_2} = 8$ мкКл.

3.18. На рис. 27a прямая 1 показывает величину заряда q, который может быть сохранен на конденсаторе C_1 (рис. 27b) в зависимости от его напряжения U. Вертикальная шкала определяется значением $q_s = 16,0$ мкКл, горизонтальная - значением напряжения $U_s = 2,0$ В. Графики 2 и 3 дают аналогичные зависимости для конденсаторов C_2 и C_3. На рис 27b показано соединение всех трех конденсаторов и батареи, напряжение на которой $U = 6,0$ В. Найти заряд на конденсаторе C_2.
Ответ: $q_2 = \dfrac{C_1C_2U}{C_1 + C_2 + C_3} = 12,0$ мкКл.

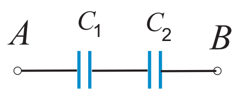


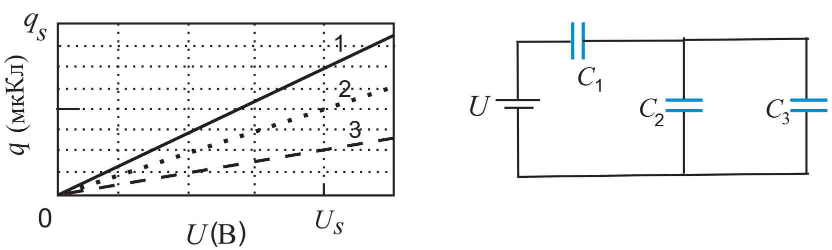
Рис. 26.

3.19. Найти емкость C сферического конденсатора, состоящего из двух концентрических сфер с радиусами $r = 10$ см, и $R = 10,5$ см. Пространство между сферами заполнено маслом ($\varepsilon = 5$). Какой радиус R_0 должен иметь шар, помещенный масло, чтобы иметь такую же емкость.
Ответ: $C = 1,17 \cdot 10^{-9}$ Ф; $R_0 = 2,1$ м.

2.20.Радиус внутреннего шара воздушного сферического конденсатора $r = 1$ см, радиус внешнего шара $R = 4$ см. Между шарами приложена разность потенциалов $U = 3$ кВ. Найти напряженность E электрического поля на расстоянии $x = 3$ см от центров шаров.
Ответ: $E = \dfrac{rRU}{(R - r)x^2} = 44,5$ кВ/м.

3.21. Конденсатор емкостью $C = 20$ мкФ заряжен до разности потенциалов $U = 100$ В. Найти энергию W конденсатора.
Ответ: $W = 0,1$ Дж.

3.22.Шар радиуса $R_1 = 1$м заряжен до потенциала $\varphi = 30$ кВ.



(a) (b)

Рис. 27.

Найти энергию W заряженного шара.
Ответ: $W = 2\pi\varepsilon_0 R\varphi^2 = 0,05$ Дж.

3.23. Шар, погруженный в керосин ($\varepsilon = 2$), имеет потенциал $\varphi = 4,5$ кВ и поверхностную плотность заряда $\sigma = 11,3$мкКл/м^2. Найти радиус R, заряд q, емкость C и энергию W шара.
Ответ: $R = \varepsilon_0\varepsilon\varphi/\sigma = 7$ мм; $q = 4\pi(\varepsilon\varepsilon_0)^2\varphi^2/\sigma = 7$ нКл.; $C = 1,55$ нФ; $W = 15,8$ мкДж.

3.24. Заряженный шар 1 радиусом $R_1 = 2$ см приводится в соприкосновение с незаряженным шаром 2, радиус которого $R_2 = 3$ см. После того как шары разъединили, энергия шара 2 оказалась равной $W_2 = 0,4$ Дж. Какой заряд q был на шаре 1 до соприкосновении с шаром 2.
Ответ: $q = (1 + R_1/R_2)\sqrt{8\pi\varepsilon_0 R_2 W_2} = 2,7$ мкКл.

3.25. Площадь пластин плоского воздушного конденсатора $S = 0,01$ м^2, расстояние между ними $d_1 = 0,5$ мм. К пластинам конденсатора приложена разность потенциалов $U_1 = 3$ кВ. Какова будет напряженность E поля конденсатора, если не отключая его от источника напряжения пластины раздвинуть до расстояния $d_2 = 5$ см? Найти энергии W_1 и W_2 конденсатора до и после раздвижения пластин.
Ответ: $E = 60$ кВ/м; $W_1 = \varepsilon\varepsilon_0 SU^2/2d_1 = 20$ мкДж;
$W_2 = \varepsilon\varepsilon_0 SU^2/2d_2 = 8$ мкДж.

3.26. Решить предыдущую задачу при условии, что сначала конденсатор отключается от источника напряжения, а затем раздвигаются пластины конденсатора.
Ответ: $E_1 = E_2 = U/d_1 = 150$ кВ/м; $W_1 = \varepsilon\varepsilon_0 SU^2/2d_1 = 20$ мкДж; $W_2 = \varepsilon\varepsilon_0 S d_2 U^2/2d_1^2 = 50$ мкДж.

4. Постоянный электрический ток

Электрический ток. Заряд, переносимый через некоторую поверхность S в единицу времени, называется силой тока. Если за время dt через поверхность S переносится заряд dq, то сила тока I определяется из равенства

$$dq = I dt \qquad \text{или} \qquad I = \frac{dq}{dt}\,.$$

Ток называется постоянным, если сила тока и его направление не изменяются с течением времени. Для постоянного тока

$$I = \frac{q}{t}\,,$$

где q - электрический заряд, перенесенный через некоторую поверхность за время t.

Электродвижущая сила. Электродвижущей силой (эдс) $\mathcal{E}$ называется отношение работы A^*, которую совершают сторонние силы при перемещении по участку цепи заряда q, к величине этого заряда

$$\mathcal{E} = \frac{A^*}{q}\,.$$

Эдс численно равна работе, совершаемой сторонними силами при перемещении по участку цепи единичного положительного заряда.

Напряжение на участке цепи. Напряжение (падение напряжения) U_{12} на участке цепи между точками 1 и 2 равно:

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}\,,$$

где φ - потенциал электростатического поля.

Участок цепи, на котором не действуют сторонние силы называется однородным. участок цепи, на котором действуют сторонние силы, называется неоднородным.

Для однородного участка напряжение совпадает с разностью потенциалов на концах участка

$$U_{12} = \varphi_1 - \varphi_2\,.$$

Закон Ома. Сила тока, текущего по проводнику пропорциональна падению напряжения U на проводнике:

$$I = \frac{U}{R} = \frac{\varphi_1 - \varphi_2 + \mathcal{E}}{R}\,.$$

Величина R - называется электрическим сопротивлением проводника.

Для однородного цилиндрического проводника

$$R = \rho\frac{l}{S}\,.$$

где ρ - удельное электрическое сопротивление, l - длина проводника, S - площадь его поперечного сечения.

Последовательное соединение проводников. При последовательном соединении нескольких сопротивлений R_i через каждое сопротивление течет одинаковый ток, а величина сопротивления всего соединения равна

$$R = \sum_i R_i\,.$$

Параллельное соединение проводников. При параллельном соединении нескольких сопротивлений R_i каждое сопротивление находится под одним и тем же напряжением, а величина сопротивления всего соединения равна

$$\frac{1}{R} = \sum_i \frac{1}{R_i}\,.$$

Источник эдс и его внутреннее сопротивление

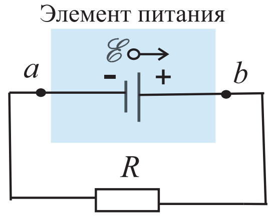


Рис. 28.

На рис. 28 показан элемент питания (источник эдс, батарея), который является частью электрической цепи, содержащей сопротивление R. Внутри элемента положительные заряды перемещаются из области с низким электрическим потенциалом, где они имеют низкую потенциальную энергию (отрицательная клема) к области с большим электрическим потенциалом и большей потенциальной энергии (положительная клема). Стрелка с кружком показывает направление движения зарядов. Вне батареи положительные заряды движутся под действием электростатического поля в обратном направлении - в сторону уменьшения потенциала от b к a по внешнему участку цепи.

Для того, чтобы перемещать заряды в нужном направлении, внутри батареи должен существовать источник энергии (сторонние силы). Такой источник энергии реализуется в результате различных физико-химических процессов, происходящих внутри батареи. Работа $\mathcal{E}$ сторонних сил по перемещению единичного положительного заряда от отрицательной клемы к положительной называется электродвижущей силой.

Элемент питания называется идеальным, если в нем отсутствует внутреннее сопротивление движению зарядов. В реальных батареях такое сопротивление всегда присутствует. На рис. 29а показан элемент питания с внутренним сопротивлением r. Внутреннее сопротивление представляет собой электрическое сопротивление проводящего материала батареи и, таким образом, является неустранимой особенностью батареи. На рисунке элемент схематически изображен так, как если бы мог быть разделен на источник эдс без сопротивления (идеальная батарея) и сопротивление r. Порядок размещения символов при этом не имеет значения. На рис. 29b та же самая цепь развернута в линию. Нижняя кривая показывает изменения в потенциале φ при движении вдоль цепи по часовой стрелке (в том же направлении течет ток). При прохождении идеального источника эдс, согласно закона Ома, можно записать

$$\varphi_a - \varphi_c + \mathcal{E} = 0$$

и изменение потенциала равно

$$\Delta\varphi_a = \varphi_c - \varphi_a = \mathcal{E}\,.$$

Изменение потенциала на внутреннем сопротивлении r есть

$$\varphi_c - \varphi_b - Ir = 0$$

и $\Delta\varphi_c = \varphi_b - \varphi_c = -Ir$. На участке внешнего сопротивления R, применяя еще раз закон Ома, получим

$$\varphi_b - \varphi_a - IR = 0,$$

откуда $\Delta\varphi_b = \varphi_a - \varphi_b = -IR$.

Таким образом, при прохождении идеального элемента потенциал увеличивается на $\mathcal{E}$, а при прохождении сопротивлений потенциал падает на Ir и IR.

На замкнутом участке цепи $a - a$ из закона Ома получаем для величины тока

$$I = \frac{\mathcal{E}}{R + r}.$$

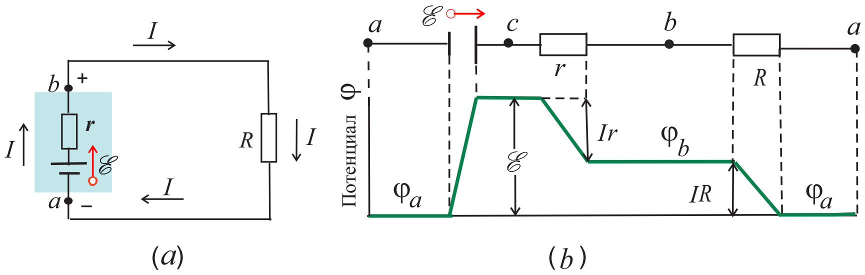


Рис. 29.

Примеры решение задач

4.1. Два сопротивления R_1 и R_2 последовательно соединены в цепь, по которой течет постоянный ток (рис. 30). Найти сопротивление соединения R.

Решение: Для каждого сопротивления $U_1 = \varphi_A - \varphi = R_1 I$ и $U_2 = \varphi - \varphi_B = R_2 I$, где U_i - падение напряжения на i-м сопротивлении и φ - потенциал в некоторой точке между сопротивлениями, I - ток в цепи. Откуда для падения напряжения между точками A и B

$$U = \varphi_A - \varphi_B = U_1 + U_2 = (R_1 + R_2)I\,.$$

С другой стороны, $U = IR$. Сравнивая последние соотношения, получим

$$R = R_1 + R_2\,.$$

Это соотношение обобщается на любое количество последовательно соединенных сопротивлений:

$$R = \sum R_i\,.$$

4.2. Два сопротивления R_1 и R_2 соединены параллельно в цепь, по которой течет постоянный ток. Найти сопротивление соединения R.

Решение: Падение напряжения на каждом сопротивлении равно $U = \varphi_A - \varphi_B$ (см рис. 31). Это следует из закона Ома. Сопротивление на участке от точки A до R_1 и R_2 пренебрежимо мало и

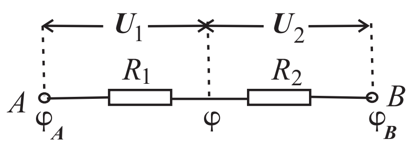


Рис. 30.

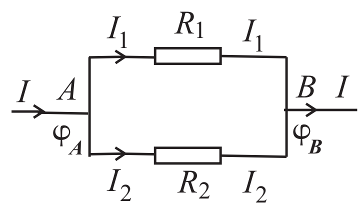


Рис. 31.

падение напряжения равно нулю. Аналогично от сопротивлений до точки B. Так как заряд в точках A и B не накапливается, то $I = I_1 + I_2$, где I - ток до соединения, I_i ток в i-м сопротивлении. По закону Ома

$$\frac{U}{R} = \frac{U}{R_1} + \frac{U}{R_2}$$

или

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2}\,.$$

Это равенство обобщается на любое число параллельно соединенных сопротивлений

$$\frac{1}{R} = \sum \frac{1}{R_i}\,.$$

4.3. Найти падение напряжения U в сопротивлениях $R_1 = 4$ Ом, $R_2 = 2$ Ом и $R_3 = 4$ Ом, если амперметр показывает ток $I_1 = 3$ А (рис. 32).

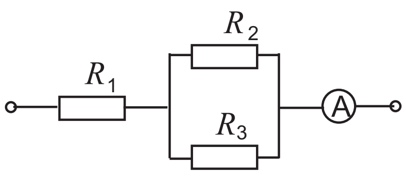


Рис. 32.

Решение: Поскольку сопротивление R_1 и амперметр соединены последовательно, то через них проходит один и тот же ток. По закону Ома тогда имеем для падения напряжения на участке R_1

$$U_1 = I_1 R_1 = 12\,\text{В}.$$

Полное сопротивление цепи равно

$$R = R_1 + R_{23},$$

где сопротивление параллельного соединения R_2 и R_3 есть

$$\frac{1}{R_{23}} = \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}$$

или

$$R_{23} = \frac{R_2 R_3}{R_2 + R_3}.$$

Откуда падение напряжения U на всем участке цепи есть

$$U = I_1 R = I_1(R_1 + R_{23})$$

С другой стороны

$$U = U_1 + U_{23},$$

где U_{23} - падение напряжение на участке соединения сопротивлений R_2 и R_3. При параллельном соединении все сопротивления находятся под одной разностью потенциалов. Поэтому

$$U_{23} = U_2 = U_3$$

и, следовательно

$$U = U_1 + U_2 = U_1 + U_3,$$

откуда

$$U_2 = U_3 = U - U_1 = \frac{I_1 R_2 R_3}{R_2 + R_3} = 4\,\text{В}.$$

Правила Киргофа

Расчет разветвленных цепей постоянного тока, например, нахождение тока в ее ветвях, производят с помощью двух правил Киргофа.

I. Первое правило относится к узлам цепи, т.е. точкам разветвления (см. рис. 33): алгебраическая сумма токов, сходящихся в узле, равна нулю

$$\sum I_k = 0\,, \qquad I_k = \text{const}\,.$$

При этом токи, идущие к узлу, и токи исходящие из узла, считаются величинами разных знаков. Например, первые положительными, а вторые отрицательными. Применительно к рис. 33

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0,.$$

II. Второе правило Киргофа относится к любому выделенному в разветвленной цепи замкнутому контуру и является следствием закона Ома для неоднородной цепи: алгебраическая сумма произведений сил токов в отдельных участках произвольного замкнутого контура на их сопротивления равна алгебраической сумме э.д.с., действующих в этом контуре (см. пример контура, рис 34)

$$\sum I_k R_k = \sum \mathcal{E}_k$$

При применении правил Киргофа поступают следующим образом.

1. Направление токов во всех участках цепи надо обозначить стрелками, не задумываясь куда эти стрелки направить. Если вычисление покажет, что ток положителен, то направление выбрано правильно. Если ток отрицателен, то его истинное направление противоположно стрелке.

2. Выбрав произвольный контур, все его участки следует обойти в одном направлении. Если это направление совпадает с направлением стрелки (тока), то слагаемое с IR берется со знаком плюс. В противном случае - со знаком минус. Если при обходе контура источники тока проходятся от отрицательного полюса к положительному, то его э.д.с. принимается положительной, в противном случае - отрицательной.

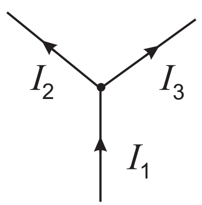


Рис. 33.

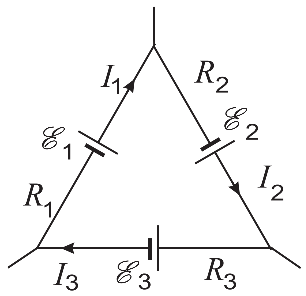


Рис. 34.

3. Все э.д.с. и все сопротивления должны входить в систему уравнений.

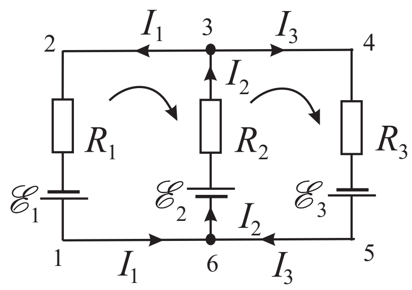


Рис. 35.

4.4. В цепи на рис. 35 даны $R_1 = 2$ Ом, $R_2 = 4$ Ом, $R_3 = 3$ Ом, $I_2 = 1$ А, $\mathcal{E}_1 = 8$ В, и $\mathcal{E}_3 = 5$ В. Найти э.д.с. $\mathcal{E}_2$ и токи I_1 и I_3.

Решение: Цепь имеет два узла (3 и 6). Выберем направления токов на участках цепи так как показано на рис.В каждом узле имеем в соответствии с первым правилом Киргофа

$$\begin{aligned} -I_1 + I_2 - I_3 &= 0 \\ I_1 - I_2 + I_3 &= 0 . \end{aligned}$$

Как видно, эти уравнения не являются независимыми. Достаточно использовать, например, первое.

Составим теперь уравнения для контуров 1-2-3-6-1 и 3-4-5-6-3. Направление обхода производится по часовой стрелки. В соответствии со вторым правилом Киргофа, имеем для выбранных контуров

$$\begin{aligned} -I_1R_1 - I_2R_2 &= -\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2 \\ I_2R_2 + I_3R_3 &= \mathcal{E}_2 + \mathcal{E}_3 . \end{aligned}$$

Таким образом, имеем систему трех уравнений для трех неизвестных I_1, I_2 и $\mathcal{E}_2$

$$\begin{cases} I_1 + I_3 = I_2 \\ I_1R_1 - \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_1 - I_2R_2 \\ I_3R_3 - \mathcal{E}_2 = \mathcal{E}_3 - I_2R_2 \end{cases} .$$

Решая эту систему находим искомые величины. Например, для I_1 имеем

$$I_1 = \frac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_3 + R_3 I_2}{R_1 + R_2}$$

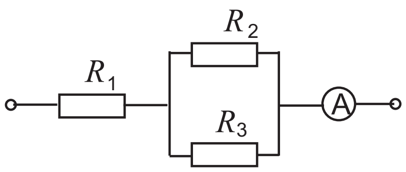


Рис. 36.

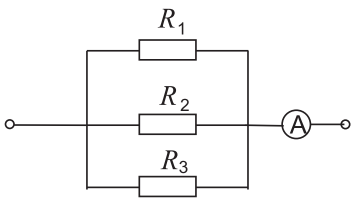


Рис. 37.

Задачи

4.5. Ток I в проводнике меняется со временем t по закону $I = 4 + 2t$, где I измеряется в амперах и t - в секундах. Какое количество электричества q проходит через поперечное сечение проводника за время от $t_1 = 2\,c$ до $t_2 = 6\,c$. При каком постоянном токе I_0 через поперечное сечение проводника за то же время проходит такое же количество электричество.
Ответ: $q = 48$ Кл ; $I_0 = 12$ А.

4.6. Сколько витков N нихромовой проволоки диаметром $d = 1$ мм надо навить на фарфоровый цилиндр радиуса $a = 2,5$ см, чтобы получить печь сопротивлением $R = 40$ Ом (удельное сопротивление нихрома $\rho = 100$ нОм· м.)
Ответ: $N = 2000$.

4.7. Катушка из медной проволоки имеет сопротивление $R = 10,8$ Ом. Масса медной проволоки $m = 3,41$ кг. Какой длины l и какого диаметра d проволока намотана на катушке? (плотность меди $\rho_{пл} = 8,9\,г/см^3$, удельное сопротивление $\rho = 0,017$ мкОм· м)
Ответ: $l = 505$ м, $d = 1$ мм.

4.8. Найти падение напряжения U на медном проводе длиной $l = 500$ м и диаметром $d = 2$ мм, если ток в нем $I = 2$ А .
Ответ: $U = 5,4$ В.

4.9. Ламповый реостат состоит из пяти электрических лампочек сопротивлением $r = 350$ Ом, включенных параллельно. Найти сопротивление R реостата, когда: а) горят все лампочки; б) вывинчиваются одна, две, три, четыре лампочки.

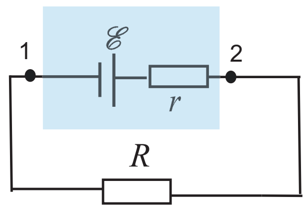


Рис. 38.

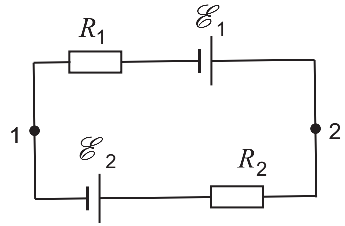


Рис. 39.

Ответ: а) 70 Ом; б) 87,5 Ом, 117,6 Ом, 175 Ом, 350 Ом.

4.10. Для задачи 13.3. найти токи I_2 и I_3 в сопротивлениях R_2 и R_3 (рис. 36).
Ответ: $I_2 = 2$ А, $I_3 = 1$ А.

4.11. Сопротивления R_1, R_2 и R_3 соединены параллельно, причем $R_2 = 20$ Ом, а $R_3 = 15$ Ом. (рис. 37) Через сопротивление R_2 течет ток $I_2 = 0,3$ А. Амперметр показывает ток $I = 0,8$ А. Найти сопротивление R_1.
Ответ: $R_1 = \dfrac{I_2 R_2 R_3}{I R_3 - I_2(R_2 + R_3)} = 60$ Ом.

4.12. Элемент, имеющий э.д.с. $\mathcal{E} = 1,1$ В и внутреннее сопротивление $r = 1$ Ом, замкнут на внешнее сопротивление $R = 9$ Ом (рис. 38). Найти ток I в цепи, падение напряжения U во внешней цепи и разность потенциалов $\varphi_2 - \varphi_1$.
Ответ: $I = 0,11$ А; $U = \dfrac{R\mathcal{E}}{R + r} = 0,99$ В; $\varphi_2 - \varphi_1 = U$.

4.13. Найти разность потенциалов $\varphi_1 - \varphi_2$ между точками 1 и 2 (рис. 39), если $R_1 = 10,0$ Ом, $R_2 = 20,0$ Ом, $\mathcal{E}_1 = 5,0$ В и $\mathcal{E}_2 = 2,0$ В. Внутреннее сопротивление источников тока пренебрежимо мало.
Ответ: $\varphi_1 - \varphi_2 = -\dfrac{R_1\mathcal{E}_2 + R_2\mathcal{E}_1}{R_1 + R_2} = -4$ В.

4.14. В цепи на рис. 40 $\mathcal{E} = 5,0$ В, $R_1 = 4,0$ Ом, $R_2 = 6,0$ Ом. Внутреннее сопротивление источника $r = 0,1$ Ом. Найти токи, текущие через сопротивления R_1, R_2.

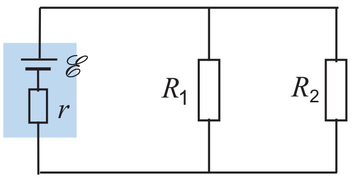


Рис. 40.

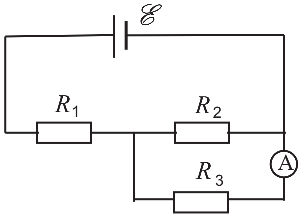


Рис. 41.

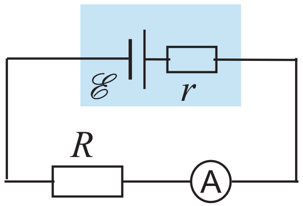


Рис. 42.

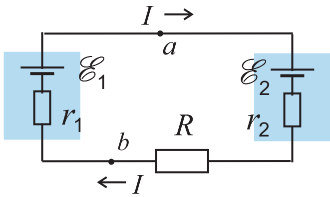


Рис. 43.

Ответ: $I_1 = \dfrac{R_2\mathcal{E}}{R_1R_2 + r(R_1 + R_2)} = 1,2$ А, $I_2 = R_1I_1/R_2 = 0,8$ А.

4.15. Напряжение на зажимах элемента в замкнутой цепи $U = 2,1$ В (рис. 41), сопротивления $R_1 = 5$ Ом, $R_2 = 6$ Ом, $R_3 = 3$ Ом. Какой ток I показывает амперметр. Сопротивлением амперметра пренебречь.

Ответ: $I = \dfrac{UR_2}{R_1R_2 + R_2R_3 + R_1R_3} = 0,2$ А.

4.16. Элемент питания, амперметр и сопротивление соединены последовательно (рис. 42). Если взять сопротивление из медной проволоки (удельное сопротивление $\rho_1 = 17$ нОм·м) длиной $l = 100$ м и поперечным сечением $S = 2\,\text{мм}^2$, то амперметр показывает ток $I_1 = 1,43$ А. Если же взять сопротивление из алюминиевой проволоки ($\rho_2 = 25$ нОм·м) длиной $l = 57,3$ м и поперечным сечением $S = 1\,\text{мм}^2$, то амперметр показывает ток $I_2 = 1$ А. Сопротивление амперметра $R_A = 0,05$ Ом. Найти эдс элемента и его внутреннее сопротивление r.

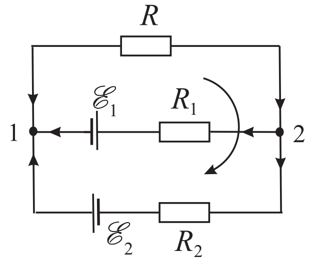


Рис. 44.

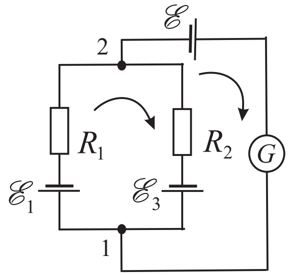


Рис. 45.

Ответ: $r = 0,5$ Ом, $\mathcal{E} = I_1(r + R_A + \rho_{\text{медь}}l_1/S_1) = 2$ В.

4.17. На рис. 43 $\mathcal{E}_1 = 4,4$ В, $\mathcal{E}_2 = 2,1$ В, $r_1 = 2,3$ Ом, $r_2 = 1,8$ Ом, $R = 5,5$ Ом. Найти: а) силу тока I в цепи; б) разность потенциалов между точками a и b.

Ответ: $I = \dfrac{\mathcal{E}_1 - \mathcal{E}_2}{r_1 + r_2 + R} = 240$ мкА; б)$\varphi_a - \varphi_b = \mathcal{E}_1 - Ir_1 = 3,8$ В.

4.18. В цепь включены последовательно медная (1) и стальная (2) проволоки ($\rho = 100$ нОм·м) одинаковых длины и диаметра. Найти: а) Отношение количества теплоты, выделяющейся в этих проволоках; б) отношение падений напряжений на этих проволоках.

Ответ: а) $Q_1/Q_2 = 0,17$; б)$U_1/U_2 = 0,17$.

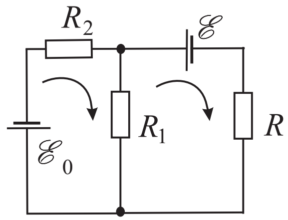


Рис. 46.

4.19. Решить предыдущую задачу для случая, когда проволоки включены параллельно.

Ответ: а) $Q_1/Q_2 = 0,59$; б)$U_1/U_2 = 1$.

4.20. Найти силу тока и его направление через сопротивление R в схеме изображенной на рис. 44. Все сопротивления и эдс предполагаются известными.

Ответ: $I = \dfrac{\mathcal{E}_1R_2 + \mathcal{E}_2R_1}{R(R_1 + R_2) + R_1R_2}$.

4.21. Сопротивления R_1 и R_2 (рис. 45) изображены так, что ток ток через гальванометр не идет. Считая известными электродвижущие силы $\mathcal{E}_1$ и $\mathcal{E}_2$, найти эдс $\mathcal{E}$. Внутренними сопротивлениями батарей пренебречь по сравнению с R_1 и R_2

Ответ: $I = \dfrac{\mathcal{E}_1 R_2 + \mathcal{E}_2 R_1}{R_1 + R_2}$.

4.22. Найти ток через сопротивление R в схеме на рис. 46. Внутренние сопротивления источников ток пренебрежимо малы.

Ответ: $I = \dfrac{\mathcal{E}_1(R_1 + R_2) + \mathcal{E}_0 R_1}{R(R_1 + R_2) + R_1 R_2}$.

5. Магнитное поле в вакууме

Закон Ампера. Магнитная индукция. Сила $d\mathbf{F}$, действующая на малый элемент dl длины проводника, по которому идет ток I, равна

$$d\mathbf{F} = I[d\mathbf{l}\,, \mathbf{B}] \qquad \text{(СИ)}\,,$$

где $d\mathbf{l}$ - вектор, численно равный длине dl элемента проводника и направленный в сторону тока в этом элементе проводника. Вектор $\mathbf{B}$ называется магнитной индукцией и берется в той точке из которой исходит элемент $d\mathbf{l}$. Магнитная индукция является силовой характеристикой магнитного поля. Сила, действующая со стороны магнитного поля на проводник с током, называется силой Ампера.

Закон Био-Савара-Лапласа. Закон устанавливает величину и направление вектора магнитной индукции $d\mathbf{B}$ в произвольной точке магнитного поля, создаваемого в вакууме элементом проводника $d\mathbf{l}$ с током I:

$$d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{I[d\mathbf{l}\,, \mathbf{r}]}{r^3} \qquad \text{(СИ)}\,,$$

где $\mathbf{r}$ - радиус-вектор, проведенный из начала $d\mathbf{l}$ в рассматриваемую точку поля, $r = |\mathbf{r}|$, $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}\,\text{В} \cdot \text{сек/А} \cdot \text{м}$ - магнитная постоянная.

Магнитное поле прямолинейного проводника. Величина магнитной индукции поля, создаваемого током I, текущим по

тонкому прямолинейному проводу бесконечной длины в произвольной точке пространства равна

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{2I}{b}\,,$$

где b - расстояние от точки до проводника.

Магнитное поле кругового тока. Величина магнитного поля в центре кругового проводника с током I и радиуса R равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{2R}\,.$$

Сила Лоренца. На электрический заряд q, движущийся в магнитном поле $\mathbf{B}$, действует сила Лоренца

$$\mathbf{F} = q[\boldsymbol{v},\, \mathbf{B}] \qquad \text{(СИ)}\,,$$

где $\boldsymbol{v}$ - скорость заряда.

При совместном действии на движущийся заряд электрического и магнитного полей результирующая сила равна

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q[\boldsymbol{v},\, \mathbf{B}] \qquad \text{(СИ)}\,,$$

где $\mathbf{E}$ - напряженность электрического поля.

Поле движущегося заряда. Магнитная индукция поля, создаваемого точечным зарядом q, движущимся со скоростью $\boldsymbol{v}$ равна:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{q[\boldsymbol{v},\, \mathbf{r}]}{r^3}\,,$$

где $\mathbf{r}$ - радиус-вектор, проведенный от заряда в рассматриваемую точку поля.

Явление электромагнитной индукции. Явление электромагнитной индукции состоит в том, что в проводящем контуре, находящемся в переменном магнитном поле, возникает электродвижущая сила индукции $\mathcal{E}_i$, вызывающая электрический ток, называемый индукционным.

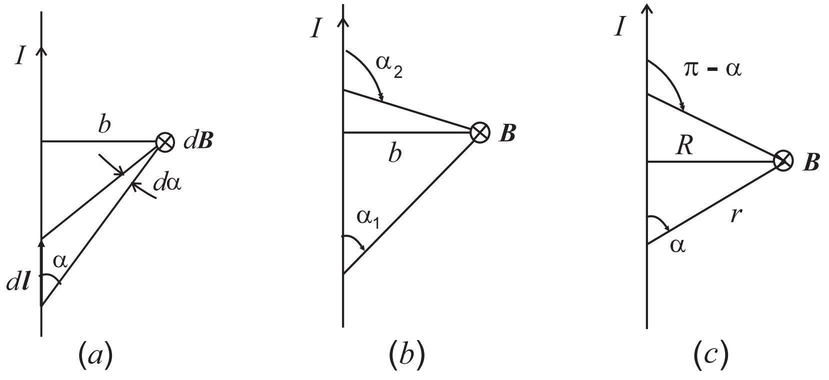


Рис. 47.

Закон электромагнитной индукции Фарадея. Эдс электромагнитной индукции $\mathcal{E}_i$ численно равна и противоположна по знаку скорости изменения магнитного потока Φ через поверхность, ограниченную этим контуром:

$$\mathcal{E}_i = -\frac{d\Phi}{dt} \qquad \text{(СИ)}\,.$$

Обход контура выбирается так, что с конца вектора внешней нормали к поверхности, ограниченной контуром, обход контура должен быть виден происходящим против часовой стрелки. Если $\mathcal{E}_i > 0$, то индукционный ток течет в направлении обхода контура. Если $\mathcal{E}_i < 0$, то в противоположном направлении.

Примеры решение задач

5.1. Найти магнитную индукцию $\mathbf{B}$ поля, создаваемого отрезком бесконечно длинного прямого провода, в точке, равноудаленной от концов отрезка и находящейся на расстоянии $R = 4$ см от его середины. Длина отрезка провода $l = 20$ см, а сила тока в проводе $I = 10$ А.

Решение: Для прямолинейного провода произвольный элемент тока Idl в некоторой точке отстоящей от прямой с током I на расстоянии b, создает магнитное поле (рис. 47a), вектор магнитной индукция которого $d\mathbf{B}$ по величине равен

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}\sin\alpha d\alpha$$

и направлен за чертеж. Тогда результирующая магнитная индукция B, созданная конечным отрезком (рис. 47b) в той же точке равна

$$B = \int dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}\int_{\alpha_1}^{\alpha_2}\sin\alpha d\alpha = \frac{\mu_0 I}{4\pi b}(\cos\alpha_1 - \cos\alpha_2)\,.$$

и направлена за чертеж. Для данной задачи $\alpha_1 = \alpha$, $\alpha_2 = \pi - \alpha$, $b = R$ (рис. 47c) . Поэтому

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}\cos\alpha\,.$$

Так как $\cos\alpha = l/2r$, то

$$B = \frac{\mu_0 Il}{4\pi rR} = \frac{\mu_0 Il}{4\pi R\sqrt{R^2 + (l/2)^2}}\,.$$

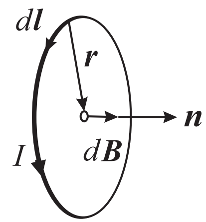


Рис. 48.

5.2. Найти магнитную индукцию в центре кругового проволочного витка (рис. 48) радиуса $R = 10$ см, по которому течет ток $I = 1$ А.

Решение: Каждый элемент тока создает в центре витка индукцию $d\mathbf{B}$, направленную вдоль вектора $\mathbf{n}$, нормального к плоскости витка, и равную

$$dB = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}\sin\alpha = \frac{\mu_0 Idl}{4\pi R^2}\,,$$

где $\alpha = \pi/2$ - угол между элементом $d\mathbf{l}$ и вектором $\mathbf{r}$ ($|\mathbf{r}| = R$). Результирующий вектор $\mathbf{B}$ также лежит вдоль вектора $\mathbf{n}$ и его величина равна

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}\int dl = \frac{\mu_0 I}{4\pi R^2}2\pi R = \frac{\mu_0 I}{2R} = 6,28\,\text{мкТл}.$$

5.3. Найти магнитную индукцию на оси тонкого проволочного кольца радиуса $R = 5$ см, по которому течет ток $I = 10$ А, в точке расположенной на расстоянии $d = 10$ см от центра кольца.

Решение: Векторы $d\mathbf{B}$ перпендикулярны плоскостям, проходящим через соответствующие $d\mathbf{l}$ и $\mathbf{r}$ (см. рис. 49). Так как диаметрально расположенные элементы $d\mathbf{l}$ создают магнитную индукцию вдоль оси кольца, то результирующее поле направлено также вдоль оси. Если $dB_{||}$ есть проекция на ось вектора $d\mathbf{B}$ магнитной индукции, созданной элементом $d\mathbf{l}$, то

$$dB_{||} = dB\sin\beta = dB\frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{Idl}{r^2}\sin\frac{\pi}{2}\frac{R}{r} = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IRdl}{r^3}.$$

Интегрируя по всему контуру при $r = \sqrt{R^2 + d^2}$, получаем

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi}\frac{IR}{(R^2+d^2)^{3/2}}\int dl = \frac{\mu_0 IR^2}{2\,(R^2+d^2)^{3/2}} = 11,2\,,\text{мкТл}\,.$$

5.4. По тонкому проволочному полукольцу радиуса $R = 50$ см течет ток $I = 1$А (рис. 50). Перпендикулярно плоскости полукольца

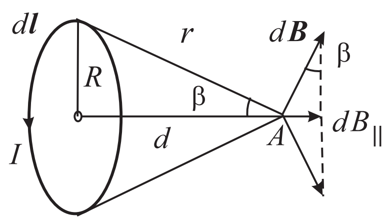


Рис. 49.

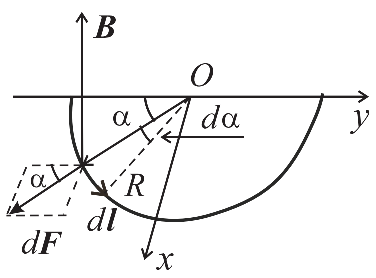


Рис. 50.

возбуждено однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,01$ тл. Найти силу. растягивающую полукольцо.

Решение: По закону Ампера

$$\mathbf{F} = I[d\mathbf{l}\,,\mathbf{B}]\,.$$

Сила $d\mathbf{F}$ лежит в плоскости (xy) вдоль радиуса R . Поэтому ее проекции на оси координат равны

$$dF_x = dF\sin\alpha \qquad dF_y = dF\cos\alpha\,,$$

где $dF = IdlB$, так как $d\mathbf{l}$ перпендикулярен $\mathbf{B}$ и $dl = Rd\alpha$. Откуда

$$dF_x = IBR\sin\alpha d\alpha \qquad dF_y = IBR\cos\alpha d\alpha$$

Суммируя по всем элементам длины окружности, получим

$$F_x = IBR\int_0^\pi \sin\alpha d\alpha = 2IBR,\; F_y = IBR\int_0^\pi \cos\alpha d\alpha = 0$$

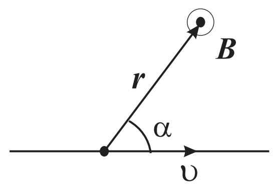


Рис. 51.

5.5. Электрон движется прямолинейно с постоянной скоростью $v = 0,2$ Мм/с в вакууме (рис. 51). Определить магнитную индукцию B поля, создаваемого электроном в точке, находящейся на расстоянии $r = 2$ нм от электрона и лежащей на прямой, проходящей через мгновенное положение электрона и составляющей угол $\alpha = \pi/4$ со скоростью электрона.

Решение: Магнитная индукция, создаваемая электроном, равна

$$\mathbf{B} = -\frac{\mu_0 e[\boldsymbol{v}\,,\mathbf{r}]}{4\pi r^3}\,,$$

откуда

$$B = |\mathbf{B}| = \frac{\mu_0 ev}{4\pi r^2}\sin\frac{\pi}{4} = 566\text{мкТл}\,.$$

Вектор $\mathbf{B}$ направлен из чертежа.

5.6. Кольцо из алюминиевого провода (удельное сопротивление $\rho = 26$ нОм) помещено в магнитное поле, меняющееся со временем, перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца $D = 30$см, диаметр провода $d = 2$ мм. Определить скорость изменения индукции магнитного поля B, если, если ток в кольце $I = 1$А.
Решение: По закону Ома индукционный ток в проводе связан с эдс электромагнитной индукции $\mathcal{E}_i$ соотношением

$$|\mathcal{E}_i| = IR\,,$$

где $R = \rho l/S$ - сопротивление провода, а $S = \pi d^2/4$ - площадь его поперечного сечения. Тогда, если $\Phi = BS_{\text{кольца}}$ - поток магнитного поля через площадь кольца $S_{\text{кольца}}$, то

$$|\mathcal{E}_i| = \left|\frac{d\Phi}{dt}\right| = \left|\frac{d(BS_{\text{кольца}})}{dt}\right| = IR\,.$$

Откуда

$$\left|\frac{dB}{dt}\right| = \frac{16\rho I}{\pi d^2 D} = 0,11\text{Тл}/c\,.$$

Задачи

5.7. Найти индукцию магнитного поля в центре проволочной квадратной рамки со стороной $a = 15$ см, если по рамке течет ток $I = 5$ А (рис. 52).
Ответ: $B = 4\mu_0 I/\sqrt{2}\pi a = 37,7$ мкТл. Вектор $\mathbf{B}$ направлен в плоскость листа.
5.8. По двум длинным прямым проводам (см. 53), находящимся на расстоянии $R = 10$см друг от друга в вакууме, текут токи $I_1 = 20$ А и $I_2 = 30$ А одинакового направления. Найти магнитную индукцию B поля, создаваемую токами в точках C, D и G, лежащих на прямой, если $r_1 = 2$ см, $r_2 = 3$ см, $r_3 = 4$ см (r_1 и r_3 отсчитываются от тока I_1, а r_2 - от I_2). Указать направление вектора $\mathbf{B}$.

Ответ: $B_C = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\left(\dfrac{I_1}{r_1} + \dfrac{I_2}{R + r_1}\right) = 0,25$ мТл;
$B_G = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\left(\dfrac{I_1}{r_3} - \dfrac{I_2}{R - r_3}\right) = 0$; $B_D = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\left(\dfrac{I_1}{R + r_2} + \dfrac{I_2}{r_2}\right) = 0,23$ мТл.
5.9. Между полюсами электромагнита создается однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,1$ Тл. По проводу длиной $l = 70$ см, помещенному перпендикулярно к направлению магнитного поля, течет ток $I = 70$ А. Найти силу F, действующую на провод. Указать ее направление.
Ответ: $F = IBl = 4,9$ Н.

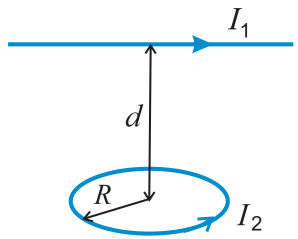


Рис. 54.

5.10. Круговой виток радиуса $R = 15$ см расположен относительно бесконечного длинного провода так, что его плоскость параллельна проводу (рис. 54). Перпендикуляр, восстановленный на провод из центра витка является нормалью к плоскости витка. Сила тока в проводе $I = 1$ А, сила тока в витке $I_2 = 5$ А. Расстояние от центра витка до провода $d = 20$ см. Определить магнитную индукцию в центре витка.
Ответ: $B = \dfrac{\mu_0}{2}\sqrt{(I_1/\pi d)^2 + (I_2/R)^2}$. Вектор магнитной индук-

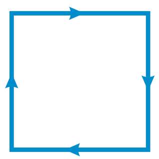


Рис. 52.

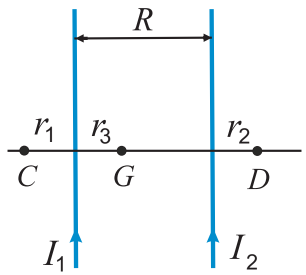


Рис. 53.

ции направлен за чертеж под углом α к плоскости витка.

5.11. По прямому горизонтально расположенному проводу пропускают ток $I_1 = 10$ А. Под ним на расстоянии $R = 1,5$ см находится параллельный ему алюминиевый провод по которому пропускают ток $I_2 = 1,5$ А. Определить какой должна быть площадь поперечного сечения алюминиевого провода, чтобы он удерживался незакрепленным. Плотность алюминия $\rho = 2,7\,$г/см^3.
Ответ: $S = \dfrac{\mu_0 I_1 I_2}{2\pi R\rho g} = 7,55\cdot 10^{-9}$ м^2.

5.12. Провод из контура (рис. 55), изогнутого в виде квадрата со стороной $a = 0,5$ м, расположен в одной плоскости с бесконечным прямолинейным проводом с током $I = 5$ А так, что две его стороны параллельны параллельны проводу . Сила тока в контуре $I_1 = 1$ А. Определить силу, действующую на контур со стороны тока I. Указать направление силы. Контур находится на расстоянии $b = 10$ см от тока I.
Ответ: $F == \dfrac{\mu_0 I I_1 a^2}{2\pi b(a+b)}$.

5.13. Электрон, ускоренный разностью потенциалов $U = 300$ В, движется параллельно прямолинейному длинному проводу на расстоянии $a = 4$ мм от него. Какая сила F будет действует на электрон, если по проводнику пустить ток 5 А?
Ответ: $F = \dfrac{\mu_0 e I}{\pi a}\sqrt{\dfrac{eU}{2m_e}} = 4,12\cdot 10^{-16}$ Н.

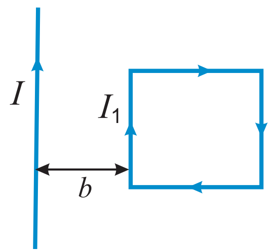


Рис. 55.

5.14. Согласно теории Бора, электрон в атоме водорода движется вокруг ядра по круговой орбите радиуса $r = 52,8$ пм. Определить магнитную индукцию B, создаваемого электроном в центре круговой орбиты.
Ответ: $B = \dfrac{\mu_0 e^2}{8\pi^{3/2} r^{5/2}(m_e\varepsilon_0)^{1/2}}$.

Электромагнитная индукция

5.15. Соленоид диаметром $d = 4$ см, имеющий $N = 500$ витков, помещен в магнитное поле, индукция которого изменяется со скоростью $\dot{B} = 1$ мТл/с. Ось соленоида составляет с вектором магнитной индукции угол $\alpha = 45°$. Определить эдс индукции, возникающей в соленоиде.
Ответ: $\mathcal{E}_i = \dfrac{N\pi d^2}{4\sqrt{2}}\dot{B} = 444$ мкВ.

5.16. В магнитное поле, изменяющееся по закону $B = B_0\cos\omega t$ ($B_0 = 0,1$ Тл, $\omega = 4\,c^{-1}$) помещена квадратная рамка со стороной $a = 50$ см, причем нормаль к рамке образует с направлением поля угол $\alpha = 45°$. Определить эдс индукции, возникающую в рамке в момент времени $t = 5$ с.
Ответ: $\mathcal{E}_i = 64$ мВ.

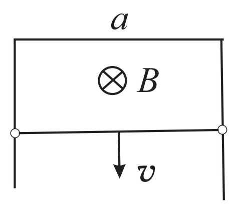


Рис. 56.

5.17. Кольцо из алюминиевого провода (удельное сопротивление $\rho = 26\,$нОм·м) помещено в магнитное поле перпендикулярно линиям магнитной индукции. Диаметр кольца $D = 30$ см, диаметр провода $d = 2$ мм. Определить скорость изменения магнитного поля, если ток ток в кольце $I = 1$ А.
Ответ: $\dot{B} = \dfrac{16\rho I}{\pi d^2 D} = 0,11$ Тл/с.

5.18. В однородное магнитное поле с индукцией $B = 0,3$Тл помещена прямоугольная рамка с подвижной стороной, длина которой $l = 15$ см. Определить эдс индукции, возникающей в рамке, если ее подвижная сторона перемещается перпендикулярно линиям магнитной индукции со скоростью $v = 10$ м/с.
Ответ: $\mathcal{E}_i = -0,45$ В.

5.19. Две гладкие замкнутые металлические шины (см.рис. 56), расстояние между которыми $a = 30$ см, со скользящей перемычкой, которая может двигаться без трения, находятся в однородном магнитном поле с индукцией $B = 0,1$ Тл перпендикулярном плоскости контура . Перемычка массы $m = 5$г скользит вниз с постоянной скоростью $v = 0,5$ м/с. Определить сопротивление перемычки R, пренебрегая самоиндукцией контура и сопротивлением остальной части контура.

Ответ: $R = \dfrac{va^2B^2}{mg}$.

Учебное издание

***Бухбиндер** Геннадий Львович*

"ЭЛЕКТРИЧЕСТВО И МАГНЕТИЗМ

Задачник по общей физике

Санитарно-гигиенический сертификат №
Редактор *???*
Технический редактор
Дизайн обложки *???*

Подписано в печать ??? Формат 60×84 1/16.
Печ. л. ???. Усл. печ. л. ??. Уч.-изд. л. ??. Тираж ??экз. Заказ
Издательство Омского государственного университета
644077, Омск-77, пр. Мира, 55а