УДК 513.82

ИНТУИЦИОНИСТКАЯ ТЕОРИЯ ПРОСТРАНСТВА-ВРЕМЕНИ

А.К.Гуц
г.Омск, Омский государственный университет

При развитии аксиоматической причинной теории пространства-времени выяснилось [1], что невозможно решить многие проблемы оставаясь в рамках теории множеств. Основная трудность заключается в оснащении множества событий гладкой структурой [2]. Синтетическая дифференциальнаягеометрия Лоувера-Кока [3] сводит предельный переход к алгебраическому определению и объявляет, по сути дела, все рассматриваемые функции дифференцируемыми. Тем самым открывает новые возможности в развитии синтетической теории пространства-времени, позволяющей писать дифференциальные уравнения для физических полей. На этом пути возможно построение синтетической теории гравитации по аналогии с общей теорией относительности Эйнштейна, а также многих иных многомерных теорий пространства-времени в духе Калуцы-Клейна. Для этого необходимо было построить синтетическую риманову и псевдориманову геометрии. Такая работа была проделана Е.Б.Гринкевичем [4]. Однако расплата за "всеобщую дифференцируемость" состоит в том, что приходится отказаться от классической логики при проведения рассуждений при различных выводах формул и доказательствах теорем в пользу интуиционисткой логики.

Пространство-время рассматривается как n-мерное формальное многообразие [3] (микролинейное пространство в терминологии [5]) M. Псевдориманова метрика вводится на M как отображение $g: TM \times_M TM \to \mathrm{R}$, удовлетворяющее условиям: 1) $v \# 0 \Rightarrow \exists u(g(v,u)\# 0)$; 2) $g(u,v) = g(v,u)$; 3) $g(u+v,w) = g(u,w) + g(v,w)$; 4) $g(\lambda \cdot u, v) = \lambda \cdot g(u,v)$, где $\lambda \in \mathrm{R}$, $u,v,w \in TM$, причем $u(0) = v(0) = w(0)$, а знак # символизирует отношение отделенности векторов и чисел. Если рассмотреть $M = \mathrm{R}^n$, то в точке $x \in M$ имеем $g_x(u,v) = g(u,v)$ для $u,v \in T_x M$ и $g_x(u,v) = g_{ik}(x_1,\ldots,x_n)u^i v^k$. Матрица $g_{ik}(x_1,\ldots,x_n)$ обратима и можно по обычным формулам задать символы $\Gamma^i{}_{jk}$, тензор Риччи R_{ik} и скалярную кривизну R.

Введение уравнений Эйнштейна требует определение числа π (см. [5, с.299,325]) в кольце R, а также также введения двух физических констант G (гравитационная постоянная) и обратимой c (скорость света). Хотя вид этих уравнений такой же как в классической римановой геометрии

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}$$

конкретных моделях они превращаются в целое множество уравнений. Например, в гладком топосе $\mathrm{Set}^{\mathrm{L}^{op}}$, где L категория C^∞-колец [5], эти уравнения в стадии локуса $\ell A = \ell C^\infty(\mathrm{R}^n)/I$, R^n n-мерное арифметическое пространство, I - идеал, имеют вид

$$(R_{ik}(a) - \frac{1}{2}(a) g_{ik}(a) R(a)) \bmod I = \frac{8(a)\pi(a) G(a)}{c(a)^4} T_{ik}(a) \bmod I, \qquad a \in \mathrm{R}^n. \tag{1}$$

Зависимость от a показывает, в модели числам отвечают классические гладкие функции по модулю идеала. Логика в модели классическая; в стадии 1 = $\ell C^{\infty}(\mathrm{R}^1)/(t^2)$, уравнения (1) совпадают с традиционными уравнениями Эйнштейна.

Рассматривается проблема нахождения решений указанных уравнений; обсуждается физический смысл замены стадии.

ЛИТЕРАТУРА.

1. Гуц А.К. Теоретико-топосный подход к основаниям теории относительности // Доклады АН СССР. 1991. Т.318. N. 6. С.1294-1297.

2. Пименов Р.И. Хроногеометрия: достижения, препятствия, структуры. - Препринт, Коми филиал АН СССР, Сыктывкар, 1987.

3. Kock A. Synthetic differential geometry. - Cambridge University Press, 1981.

4. Гринкевич Е.Б. Метрика в синтетической дифференциальной геометрии. - Направлена в печать.

5. Moerdijk I., Reyes G.E. Models for Smooth Infinitesimal Analysis, Springer-Verlag, 1991.