Математические структуры и моделирование
2001, вып. 7, с. 94–103

УДК 530.12:531.18

СТОХАСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ВРЕМЕНИ И ПРОСТРАНСТВА

А.К. Гуц

We introduce two time: deterministic Newton time-stream t and stochastic time-epoch τ. The relation of uncertainty for time-epoch of physical events

$$\Delta\tau\Delta D \geqslant c_0, \qquad (*)$$

where $c_0 = const$, is proved. The function

$$D(t) = -c_0 \frac{d}{dt} \ln f_\tau(t),$$

characterizes *velocity of disorganization* of the event-phenomena; $f_\tau(t)$ is density of probability of time-epoch τ. The relation (*) is verified not by means of experiment that is traditional for physics, but with the help of the reference to datas of historical science.

В Мире событий $\mathcal{M}$ выделяется такое свойство, как временной порядок. Временной порядок ассоциируется с понятием «поток времени». События разворачиваются перед наблюдателем последовательно, во времени. Это означает, что для измерения времени используется специальный инструмент, измеряющий *длительность* явления во времени и называемый часами. С помощью часов каждому событию приписывается конкретное число, именуемое (временным) моментом события или его эпохой. Временной порядок позволяет сравнивать эпохи любых событий.

Однако временной поток, благодаря которому явления, состоящие из событий, разворачиваются последовательно – событие за событием, дан человеку, как отмечал Кант, априорно, от рождения. Связано это, как разъяснялось в [1–3], с тем, что человек имеет топологически тривиальное 4-мерное тело. Другими словами, время как поток – это чисто субъективное восприятие явлений Мира событий, присущее человеку. Поэтому следует предположить, что время может проявлять себя в нашем человеческом мире, мире человеческих субъективных представлений о Мире событий, совсем иначе, чем временной порядок. По сути, дела это означает, что время может обнаружить себя как нечто, что может и *нарушать* временную упорядоченность в разворачивании событий! Значит события, из которых состоит явление, могут получать даты с нарушением временного порядка. Скорее всего, обнаружив это, наблюдатель должен

E-mail: guts@univer.omsk.su
Омский государственный университет

считать такие отклонения от строгой временной упорядоченности (логичности описания явления) *случайностью*.

Не означает ли это, что время может иметь свойства подобные случайной величине? Во всяком случае, стоит попробовать применить принципы теории вероятностей к описанию времени.

Пойдя по такому пути, примем как гипотезу, что случайным может быть выбор моментов времени, которые приписываются событиям-явлениям с помощью некоторых фиксированных часов.

1. Двойственная природа пространства-времени

Пространство-время $\mathcal{M}$ имеет двойственную природу, которая была заложена самим создателем этой теории Германом Минковским. Эта двойственность заключается в том, что элементы множества $\mathcal{M}$, названного Минковским [4] *абсолютным миром*, являются, с одной стороны, аналогом геометричекой точки, характеризуемой четверкой чисел (t, x, y, z), то есть тем «часть чего есть ничто», а с другой стороны, «некоторым объектом для наблюдения», «субстанциональной точкой» и, следовательно, представляют из себя нечто, что может может служить объектом для анализа. Позднее субстанциональная или мировая точка была названа *событием*, а само $\mathcal{M}$ — Миром событий.

Минковский формализовал Мир событий, представив $\mathcal{M}$ в виде *арифметической* арены, то есть в виде арифметического пространства $\mathbb{R}^4$, оснащенного псевдоевклидовой структурой. Эта арифметическая арена возникает при *детерминисткой* формализации Мира событий: событию приписываются координаты в виде четверки вещественных чисел (дата и место), мировым линиям — четверки вещественных функций и т.д. Как правило, исследователь имеет дело именно с математизированным пространством-временем $\mathbb{R}^4$, которое мы назвали арифметической ареной. Однако другая, *событийная* сторона пространства-времени, оставалась в тени и не была формализована! Эта сторона пространства-времени также может быть формализована, причем при формализации путеводным должно быть понятие события. Следуя сказанному во введении, пойдем по пути, оставляющему нам свободу допускать случайность при реализации событий в окружающей нас Вселенной.

Иначе говоря, на пространство-время $\mathcal{M}$ нужно смотреть с двух сторон (рис. 1):

- с одной стороны, как на координатное пространство (арифметическую арену V^4), отождествляемое с арифметическим пространством $\mathbb{R}^4$, которое используется для формализации понятий Мира событий;
- с другой стороны, как на множество элементов, называемых событиями, являющимися элементарными явлениями, а явлениями считать любые (измеримые) подмножества множества $\mathcal{M}$, как это принято в теории вероятностей.

Заметим, что при описании детерминистских процессов и явлений, а также при описании стохастических процессов и явлений, не затрагивающих природы как пространства, так и времени, достаточно было только первого взгля-

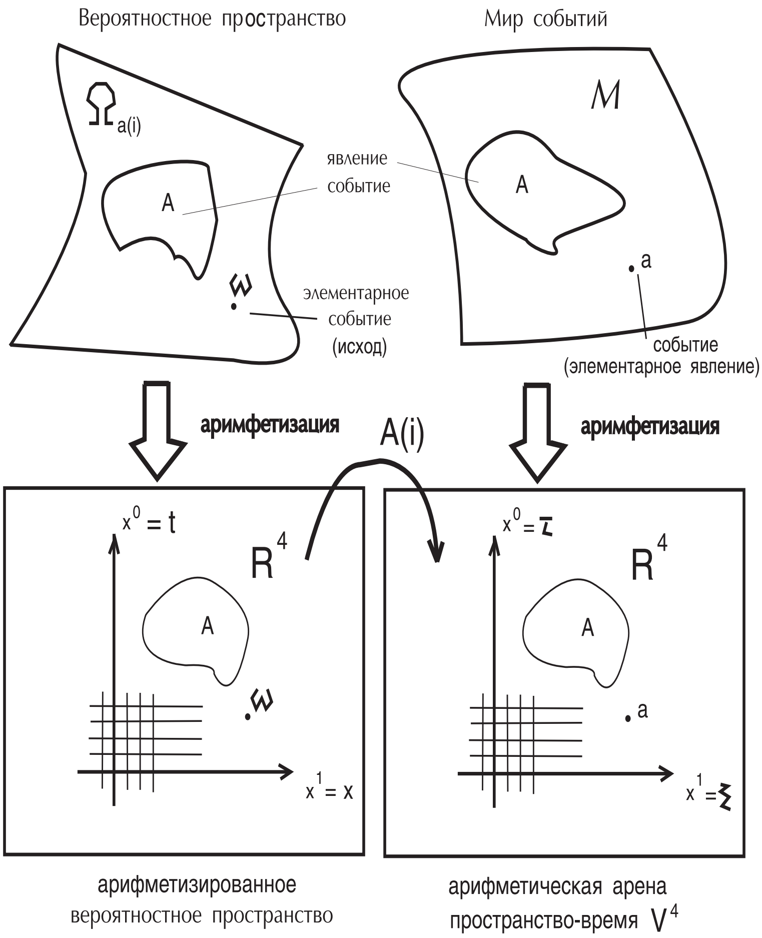

Рис. 1. Событие как случайная величина

да на Мир событий, но стохастические процессы, касающиеся самой природы времени, требуют различать две стороны Мира событий. Ниже мы будем использовать пространство-время как координатное пространство для того, чтобы событие могло получать дату на «оси времени» не в «строго отведенном месте» в соответствии с указанием временного порядка, а достаточно произвольно, не особенно заботясь о предписаниях упомянутого временного порядка. Это же относится и к пространственным координатам событий.

2. Вероятностное пространство и пространство-время

Теория вероятностей имеет дело с *вероятностным пространством* Ω, которое состоит из взаимно исключающих исходов эксперимента. Элементы ω множества Ω называются *элементарными событиями* (элементарными исходами). В аксиоматике Колмогорова вероятностное пространство – это тройка $< \Omega, \mathbf{S}, \mathbf{P} >$, где $\mathbf{S}$ – σ-алгебра, а $\mathbf{P}$ – мера (вероятность) на Ω относительно σ-алгебры $\mathbf{S}$. *Событие* – измеримое относительно σ-алгебры $\mathbf{S}$ подмножество множества Ω. Случайной величиной называется измеримое отображение $X : \Omega \to E$, где E – топологическое пространство состояний.

Вероятностное пространство составлено из *всех* возможных и взаимно исключающих исходов некоторого эксперимента. Это сближает пространство Ω с *абсолютным* Миром событий Минковского, благодаря тому, что свойство абсолютности означает, что $\mathcal{M}$ состоит из *всех* событий, которые были, есть и будут. Другими словами, $\mathcal{M}$ содержит все исходы уникального грандиозного Эксперимента. О каком Эксперименте идет речь? Выражаясь языком Лема [5], можно сказать, что имеется в виду Эксперимент, поставленный Конструктором, в результате которого родился абсолютный (вечный) Мир событий Минковского, называемый пространством-временем, поскольку Человек, помещенный Конструктором в этот Мир, воспринимает исходы Эксперимента в категориях пространства и времени.

Абсолютный характер Мира событий Минковского $\mathcal{M}$ дает повод к тому, чтобы отождествить $\mathcal{M}$ с вероятностным пространством Ω. Как не привлекательна такая мысль, не следует реализовывать ее необдуманно: ведь вероятностные пространства возникают при любой частном эксперименте, допускающем случайность, а Мир событий – итог *исключительного* вселенского эксперимента. Задумаемся над тем, что такое событие в Мире Минковского. Это элементарное явление. Является ли оно неделимым, нерасчленяемым? Стандартный ответ: да, является. Но вот мнение авторитетного специалиста по теории пространства-времени А.Д.Александрова: «Если событие определяется как то, «часть чего есть ничто» или вроде «атомарного факта» Витгенштейна, то элементами пространственно-временной структуры являются, собственно, не сами такие события, а «совпадающие» события. Например, данная частица в данном мгновенном состоянии движения может иметь определенный импульс и определенный момент, что надо считать двумя событиями (если событие мыслится неразложимым), но эти два события совпадают. Понятие совпадения нужно понимать как элементарное, не подлежащее определению иначе как в наглядных терминах» [6, с.354-355].

Поэтому будем считать, что событие a как элемент Мира событий Минковского – это совокупность совпадающих неразложимых (атомарных) событий, т.е. $a = \{a(i) : i \in I\}$. Каждое событие $a(i)$ является случайной величиной относительно того, как оно получает дату и место в арифметизированном пространстве-времени V^4. Другими словами, с каждым элементарным явлением-событием $a(i)$ связан *эксперимент*, называемый «расстановкой дат и мест» в пространстве-времени V^4. Множество его взаимоисключающих исходов – это различные даты и места события $a(i)$; они образуют вероятностное пространство $< \Omega_{a(i)}, \mathbf{S}, \mathbf{P} >$, которое мы отождествляем с пространтством-временем $\mathbb{R}^4$. Это аримфетизированное вероятностное пространство (рис.1).

Время, с помощью которого Человек наблюдает Мир в движении (развитии), назовем *временем-потоком.* Время-поток порождает понятие *длительность.* Поэтому время-поток представляется в виде одномерного линейно упорядоченного континуума и измеряется с помощью *часов.* Время-поток или часы – это сюрьективное отображение $\tau : \mathcal{M} \to \mathbb{R}$, посредством которого вводится линейный *временной порядок* $\preceq$ в Мире событий: событие a раньше события b, то есть символически $a \preceq b$, если $\tau(a) \leqslant \tau(b)$.

Предположим, что кроме времени-потока существует время-эпоха, которое каждому элементарному исходу $\omega \in \Omega_{a(i)}$ приписывает *случайным образом* дату (эпоху) во времени-потоке и место в пространстве-времени V^4. Это и означает, что событие $a(i)$ есть случайная величина, а элементарное явление $a = \{a(i) : i \in I\}$ Мира событий – это совокупность случайных величин.

Сказанное может быть прокомментированно следующим образом. Предположим, что нами выбраны часы τ, которые позволяют каждому исходу ω приписывать *случайный* соответствующий ему момент времени, то есть эпоху τ. Под этим понимается следующее. Коль скоро событие (элементарное явление по А.Д. Александрову) – это некоторая идеализация, за которой скрывается некоторое природное явление, то оно должно занимать всего лишь миг τ во времени-потоке. Так и считается в теории относительности. Но в действительности оно *растянуто во времени-потоке* τ и поэтому его эпоха τ абсолютно точно неизвестна, хотя и должна находится на некотором конкретном отрезке $[\tau, \tau+\Delta\tau]$ времени τ. Следовательно, эпоха τ исхода ω – это случайная величина.

Пусть (t, x, y, z) координаты в вероятностном пространстве $\Omega_{a(i)} = \mathbb{R}^4$, а (τ, ξ, η, ζ) – координаты в пространстве-времени V^4, то есть

$$\Omega = \{(t, x, y, z) \in \mathbb{R}^4\}, \quad V^4 = \{(\tau, \xi, \eta, \zeta) \in \mathbb{R}^4\}.$$

(см. рис.1). Тогда событие $a(i)$ как случайная величина – это измеримое отображение $A(i) : \Omega_{a(i)} \to V^4$:

$$A(i) : \Omega_{a(i)} \ni \omega = (t, x, y, z) \longrightarrow (\tau, \xi, \eta, \zeta) \in V^4$$

или

$$(\tau, \xi, \eta, \zeta) = (T_{a(i)}(t), X_{a(i)}(x), Y_{a(i)}(y), Z_{a(i)}(z)). \tag{1}$$

3. Соотношение неопределенности для времени

Арифметизацию вероятностного пространства $\Omega_{a(i)}$ можно осуществлять так, что за $A(i)(\omega)$ принимается само ω [7, с.51]. В таком случае, формула (1) для времени-эпохи примет вид

$$\begin{cases} \tau = t \\ \xi = x \\ \eta = y \\ \zeta = z. \end{cases} \tag{2}$$

Это выражение для $A(i)$ удобно при вычислениях, связанных с нахождением математического ожидания и дисперсии случайной величины $A(i)$.

Забудем для простоты о таком понятии, как место события. В данном случае события в Мире событий можно различить только с помощью временного порядка и формально это означает, что Мир событий $\mathcal{M}$ есть линейный упорядоченный континуум, подобный числовой прямой $\mathbb{R}$.

Чтобы не загромождать формул в нижеследующих вычислениях, будем пропускать индекс $a(i)$. Тогда отождествляя пространство событий Ω с Миром событий $\mathcal{M}$ и считая, что $\mathcal{M}$ – это числовая прямая $\mathbb{R}$, мы получаем время-эпоху $\tau = T(t)$ как случайную величину, заданную во времени-потоке τ, или, с учетом формулы (2), $\tau = t$.

Итак, примем, что свойство времени, которое проявляется в «выборе» момента времени, отвечающего событию, – это случайная величина, которую называем временем-эпохой. Пусть $f_\tau(t)$ плотность распределения времени-эпохи $\tau = T(t) = t$, удовлетворяющее двум условиям

$$\mathbf{M}\tau = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} t f_\tau(t)dt = 0, \tag{3}$$

$$\lim_{t\to\pm\infty} t f_\tau(t) = 0. \tag{4}$$

Первое условие, как известно, не является чем-то принципиальным и связано с выбором начала отсчета часов τ.

Введем величину

$$D(t) = -c_0 \frac{d}{dt} \ln f_\tau(t), \tag{5}$$

где $c_0 = const$. Имеем

$$\mathbf{M}D = -c_0 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{d}{dt} \ln f_\tau(t)\right) f_\tau(t)dt = -c_0 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \frac{1}{f_\tau(t)} \frac{df_\tau(t)}{dt} f_\tau(t)dt =$$

$$= -c_0 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} df_\tau(t) = -c_0 f_\tau(t)|_{-\infty}^{+\infty} = 0.$$

Поэтому среднее квадратичное отклонение величины D

$$\Delta D = \sqrt{\mathbf{D}D} = \sqrt{\mathbf{M}D^2 - (\mathbf{M}D)^2} = \sqrt{\mathbf{M}D^2}. \tag{6}$$

Выясним смысл величины D, определенной формулой (5). Поскольку $f_\tau(t)$ плотность распределения величины τ, то ее смысл – это вероятность того, что событие получит эпоху, лежащую на отрезке времен-потока $[\tau, \tau + 1]$, где 1 – условная единица измерения времени. Но тогда, по аналогии с формулой Больцмана для энтропии, можно заявить, что $-c_0 \ln f_\tau(t)$ – это энтропия времени-эпохи. Другими словами, она характеризует меру дезорганизации события как явления. Поэтому величина $D(t)$ характеризует *скорость нарастания дезорганизации* события-явления.

Как будет показано ниже, эта скорость тем больше, чем уже границы для локализации явления в потоке времени.

Выведем теперь некоторый закон, которому подчиняется время-эпоха.

Теорема 1. *Если выполнены условия* (3), (4), *то справедливо соотношение неопределенности*

$$\Delta\tau\Delta D \geqslant c_0 \tag{7}$$

Доказательство. Для вывода соотношения неопределенности мы воспользовались приемом, с помощью которого Г.Вейль получал соотношение неопределенности Гейзенберга [8, с.69-70].

Имеем неравенство

$$0 \leqslant \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(\alpha t\sqrt{f_\tau(t)} + \frac{d}{dt}\sqrt{f_\tau(t)}\right)^2 dt =$$

$$= \alpha^2 \int\limits_{-\infty}^{+\infty} t^2 f_\tau(t)dt + 2\alpha \int\limits_{-\infty}^{+\infty} t\sqrt{f_\tau(t)}\frac{d}{dt}\sqrt{f_\tau(t)}dt + \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{d}{dt}\sqrt{f_\tau(t)}\right)^2 dt. \tag{8}$$

Вычислим каждый из интегралов в правой части неравенства (8). Прежде всего в силу (3)

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} t^2 f_\tau(t)dt = \mathbf{M}\tau^{\mathbf{2}} = \mathbf{M}\tau^{\mathbf{2}} - (\mathbf{M}\tau)^2 = \mathbf{D}\tau. \tag{9}$$

Используя (4), получаем

$$2\int\limits_{-\infty}^{+\infty} t\sqrt{f_\tau(t)}\frac{d\sqrt{f_\tau(t)}}{dt}dt = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} t\frac{d(\sqrt{f_\tau(t)}\sqrt{f_\tau(t)})}{dt}dt = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} tdf_\tau(t) =$$

$$= tf_\tau(t)|_{-\infty}^{+\infty} - \int\limits_{-\infty}^{+\infty} f_\tau(t)dt = -1. \tag{10}$$

И, наконец, имеем для третьего интеграла

$$\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{d}{dt}\sqrt{f_\tau(t)}\right)^2 dt = \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{1}{\sqrt{f_\tau(t)}}\frac{d\sqrt{f_\tau(t)}}{dt}\right)^2 f_\tau(t)dt =$$

$$= \int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(\frac{d}{dt}\ln\sqrt{f_\tau(t)}\right)^2 f_\tau(t)dt = \frac{1}{4c_0^2}\int\limits_{-\infty}^{+\infty} \left(c_0\frac{d}{dt}\ln f_\tau(t)\right)^2 f_\tau(t)dt =$$

$$= \frac{1}{4c_0^2}\mathbf{M}D^2 = \frac{1}{4c_0^2}(\Delta D)^2. \tag{11}$$

Таким образом, из (8)-(11) имеем неравенство

$$\alpha^2(\Delta\tau)^2 - 1 + \frac{1}{4c_0^2}(\Delta D)^2 \geqslant 0,$$

справедливое для любого α. Это возможно, если

$$1 - 4(\Delta\tau)^2 \frac{1}{4c_0^2}(\Delta D)^2 \leqslant 0$$

или

$$\Delta\tau\Delta D \geqslant c_0.$$

■

Соотношение неопределенности (7) было постулировано в [9–11] как один из законов времени. Ему дано было название: *закон неопределенности описаний*. Сформулирован он был на основе анализа исторических источников, используемых историками для описаний событий прошлого. Таким образом, соотношение (7) обосновывается не посредством традиционного для физики эксперимента, а с помощью обращения к данным исторической науки. Хотя без всякого сомнения после того, как произведена формализация понятий $\Delta\tau, \Delta D$, чего не было сделано в [9–11], можно говорить и об экспериментальной проверке соотношеня (7).

Соотношение (7) говорит о том, что явление-событие (историческое событие), локализованное, то есть наблюдаемое с большой вероятностью на узком отрезке времени-потока $(\mathbf{M}\tau - 3\Delta\tau, \mathbf{M}\tau - 3\Delta\tau)$ [1], характеризуются большой скоростью энтропии, то есть явление-событие быстро дезорганизуется, распадается и предстает перед исследователем (историком) как набор противоречивых фактов. Если скорость изменения энтропии мала, то событие-явление с большой вероятностью может наблюдаться в любой момент времени-потока в обширном временном диапазоне. Это явление наблюдают все исследователи на большой историческом отрезке времени практически в неизменном виде. Скорее это явление неживой природы, чем явление общественной жизни.

4. Соотношение неопределенности для пространства

Вернемся к рассмотрению события-явления как сущности, имеющей не только эпоху, но и место. Это означает, что в случае фиксации часов τ и системы координат ξ, η, ζ, событие $a(i)$ должно иметь иметь эпоху τ и место (ξ, η, ζ). Допуская случайность в «выборе» эпохи и места, мы трактуем событие $a(i)$ как случайную величину

$$(\tau, \xi, \eta, \zeta) :< \Omega, \mathbf{S}, \mathbf{P} > \rightarrow \mathrm{I\!R}^4,$$

для которой при вычислениях можно воспользоваться формулой (2) и имеющей плотность распределения

$$f_{(\tau,\xi,\eta,\zeta)}(t, x, y, z).$$

Примем для простоты, что

$$f_{(\tau,\xi,\eta,\zeta)}(t, x, y, z) = f_\tau(t) f_\xi(x) f_\eta(y) f_\zeta(z).$$

[1] Напомним, что в случае нормального распределения вероятность обнаружить наблюдаемую величину в указанном интервале равна 0,9973

Это означает, что

$$\mathbf{P}(t_0 < \tau < t_1, x_0 < \xi < x_1, y_0 < \eta < y_1, z_0 < \zeta < z_1) =$$

$$= \int\limits_{t_0}^{t_1}\int\limits_{x_0}^{x_1}\int\limits_{y_0}^{y_1}\int\limits_{z_0}^{z_1} f_{(\tau,\xi,\eta,\zeta)}(t,x,y,z)dtdxdydz =$$

$$= \int\limits_{t_0}^{t_1} f_\tau(t)dt \cdot \int\limits_{x_0}^{x_1} f_\xi(x)dx \cdot \int\limits_{y_0}^{y_1} f_\eta(y)dy \cdot \int\limits_{z_0}^{z_1} f_\zeta(z)dz.$$

Таким образом, имеет смысл написать соотношения неопределенности для случайных величин ξ, η и ζ

$$\Delta\xi\Delta D_\xi \geqslant c_1, \quad \Delta\eta\Delta D_\eta \geqslant c_2, \quad \Delta\zeta\Delta D_\zeta \geqslant c_3, \tag{12}$$

где

$$D(x) = -c_1\frac{d}{dx}\ln f_\xi(x), \quad D(y) = -c_2\frac{d}{dy}\ln f_\eta(y), \quad D(z) = -c_3\frac{d}{dz}\ln f_\zeta(z).$$

Соотношения (12) говорят о том, что точности в определении местонахождения события в пространстве достигнуть нельзя! Точность связана с пространственными градиентами информации о месте события. Другими словами, два разных тела могут находится в одном месте в одно и то же время!

5. Что такое время-эпоха?

Локально, в «точке» a пространства-времени V^4 — это набор плотностей распределений $\{f_{a(i)}(t) : i \in I\}$. Наблюдатель, желающий локализовать событие a во времени-потоке τ в интервале $[\tau - \Delta\tau, \tau + \Delta\tau]$ должен «выбрать» элементарное событие $a(i)$ с квадратичным отклонением $\Delta T_{a(i)} = \Delta\tau$. Вдоль мировой линии наблюдателя время-эпоха является уже стохастическим процессом $\tau \to A(i)(\tau)$ во времени-потоке. Реализации данного процесса не что иное, как жизнь в «параллельных мирах».

Более интересено может быть устроено локальное время-эпоха. Выбор наблюдателем элементарного события $a(i)$ с заданным квадратичным отклонением $\Delta T_{a(i)} = \Delta\tau$ с учетом гипотезы объективности абсолютного Мира событий, означающей независимость плотности распределения $f_{a(i)}$ от воли наблюдателя[2], может означать *ветвление* мира в момент, когда наблюдатель совершает свой «выбор». Вполне возможно, что это ветвление подобно ветвлению в многомировой трактовке квантовой механики, данной Эвереттом [13].

[2]Иначе говоря, дисперсия элементарного явления, а, точнее, неразложимого события, может быть дана вселенной «свыше» упомянутым ранее Конструктором.

6. Связь с теорией времени Н.А. Козырева

Отметим еще одно обстоятельство. Время, как выясняется в этой работе, может быть не только *детерминистским временем-потоком*, связанным с классическим представлением Ньютона о времени как о длительности и, соответственно, с понятием временного порядка, но может быть и *стохастическим временем-эпохой*, обладающим такой характеристикой как *плотность* вероятности. Последнее задает в определенном смысле интенсивность проявления событий явления на отрезке равномерно текущего времени-потока. Было бы уместно здесь вспомнить, что о *плотности времени*, характеризующем интенсивность его проявления, постоянно писал в своих статьях Н.А.Козырев [14, 15]. И хотя в нашем случае речь идет о стохастических свойствах времени, тем не менее, можно удивляться интуиции пулковского астронома.

Литература

1. Гуц А.К. *Время вневременности* // MISCELLANIA: памяти Александра Борисовича Мордвинова. Омск: ОмГУ, 2000. С.98-107.
2. Гуц А.К. *Topology of Human Body and Time* // Международная конференция «Геометрия и приложения». Тезисы докладов. Новосибирск, Институт математики СО РАН, 2000. С.43.
3. Гуц А.К. *Время и топология человеческого тела* // Математические структуры и моделирование. 2000. Вып.6. С.107-114.
4. Минковский Г. *Пространство и время* / В сб.: Принцип относительности. М.:Атомиздат, 1973.
5. Лем С. *Сумма технологии.* М.: Мир, 1968.
6. Александров А.Д. *Связь и причинность в квантовой области* / Современный детерминизм. Законы природы. М.: Мысль, 1973.
7. Боровков А.А. *Курс теории вероятностей.* М.: Наука, 1972.
8. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. *Квантовая механика. Нерелятивистская теория.* М.: ФМ, 1963.
9. Гуц А.К. *Миф о свободе восстановления исторической правды* // Математические структуры и моделирование. 1998. Вып.1. С.4-12.
10. Guts A.K. *Restoration of the Past and three Principle of Time.* Los Alamos E-Preprint: physics/9705014 (1997). http://xxx.lanl.gov/abs/physics/9705014.
11. Гуц А.К. *Многовариантная история России.* М.:АСТ / СПб.:Полигон, 2000. 384 с.
12. Guts A.K. *Relation of uncertainty for time.* Los Alamos E-print Paper: physics/0101065 (2001). http://xxx.lanl.gov/abs/physics/0101065
13. *Квантовая механика Хью Эверетта.* http://www.univer.omsk.su/omsk/Sci/Everett
14. Козырев Н.А. *Избранные труды.* Л.: Изд-во ЛГУ, 1991.
15. Козырев Н.А. *Астрономическое доказательство реальности четырехмерной геометрии Минковского.* / В кн.: Проявление космических факторов на Земле и звездах. М.-Л.: 1980. С.85-93.