

ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ РАБОТАЮЩИХ НА РЫНКЕ ТРУДА ОМСКОЙ ОБЛАСТИ

Е.В. Ренжина, А.К. Гуц

В данной работе приводится математическая модель стратегий экономического поведения индивидов на рынке труда, позволяющая осуществлять прогнозирование состояния рынка труда Омской области.

С формированием рыночных отношений, ранее не существовавших в Советской России, в жизни каждого человека большое значение приобретает знание механизмов экономического поведения людей.

Одной из стадий формирования рыночных отношений является появление такого понятия, как рынок труда, который, по мнению И.С. Масловой [1], определяется следующим образом: «рынок труда» – органическая сфера рыночной экономики, выполняющая функцию опосредования через куплю-продажу рабочей силы, соединения вещественных и человеческих факторов производства, поддерживая их сбалансированность в условиях многообразия форм собственности на средства производства и преимущественного права граждан на распоряжение своей рабочей силой и способностями».

Каждый индивид имеет свою стратегию SW экономического поведения на рынке труда, складывающуюся из определенного количества затраченных трудовых ресурсов для получения определенного дохода, то есть разнообразие стратегий экономического поведения людей складывается из трех факторов:

1. Величина трудовых ресурсов.
2. Величина труда.
3. Область труда, в которой соединяются труд и доход в необходимой пропорции [2].

1. Распределение стратегии экономического поведения людей на рынке труда

Экономическое поведение людей формируется под влиянием широкой сферы экономической деятельности и, соответственно, должно охватывать все возмож-

ные варианты соединения труда и дохода – типы стратегий, которые оптимизируют поведение человека на рынке труда. Как показали исследования О.С. Ёлкиной и В.С. Половинко [1], эти варианты формируют матрицу стратегий – некую область Ω в пространстве с осями T, D (труд и доход), которую наглядно можно представить в следующем виде (Рис. 1).

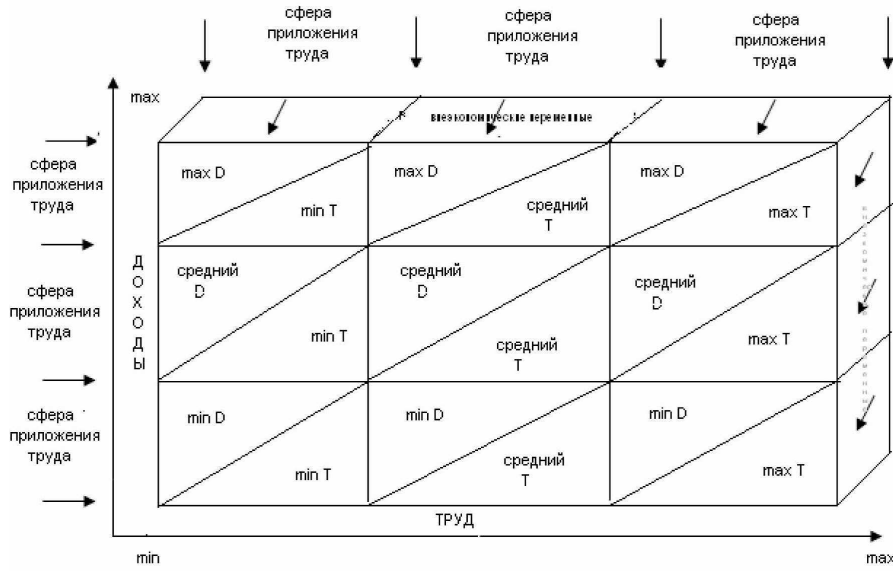


Рис. 1. Область, представляющая стратегии экономического поведения индивидов на рынке труда

В [1] были приведены следующие результаты статистических исследований рынка труда Омской области в 1999 г. (Таблица 1).

2. Численное описание стратегий экономического поведения

В статье [2] рынок труда Омской области моделируется с помощью следующей краевой задачи:

$$\frac{\partial S}{\partial t} = a\Delta S, \quad (1)$$

$$S|_{t=t_0} = S_0, \quad S|_{[0, \infty) \times \partial\Omega} = 0, \quad (2)$$

где Ω – это область приложения труда. Таким образом, мы считаем рынок труда Омской области изолированным пространством.

Решение задачи (1)-(2) имеет вид:

$$S(D, T, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} A_{k,j} e^{-a^2 \pi^2 (\frac{k^2}{l^2} + \frac{j^2}{m^2}) t} \sin \frac{k\pi D}{l} \sin \frac{j\pi T}{m}. \quad (3)$$

Таблица 1. Распределение стратегий работающих на рынке труда города Омска
1999 г. и 2005 г.

| Типы стратегий | Max D/ Max T | Max D/ Cp T | Max D/ Min T | Cp D/ Max T | Cp D/ Cp T | Cp D/ Min T | Min D/ Max T | Min D/ Cp T | Min D/ Min T |
|--|-----------------|----------------|-----------------|----------------|---------------|----------------|-----------------|----------------|-----------------|
| Количество респондентов, занятых на рынке труда в процентном соотношении в 1999 г. | 14,8 | 33,2 | 5,5 | 4,6 | 12,5 | 5,2 | 3 | 13,5 | 7,7 |
| Количество респондентов, занятых на рынке труда в процентном соотношении в 2005 г. | 9,64 | 35,14 | 5,94 | 4,34 | 12,24 | 5,94 | 3,74 | 13,34 | 9,94 |

Полагая, что $\Omega = [0, \pi] \times [0, \pi]$, получаем

$$S(D, T, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{j=1}^{\infty} A_{k,j} e^{-a^2(k^2+j^2)t} \sin kD \sin jT. \quad (4)$$

Для проверки адекватности предлагаемой модели рынка труда воспользуемся результатами исследований экономиста О.С. Ёлкиной [2]. Первое статистическое исследование ею было проведено в 1999 году, второе – в 2005 году (см. табл.1).

Рассмотрим приближенное решение задачи, состоящее из первых девяти членов ряда:

$$S(D, T, t) = \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j} e^{-a^2(k^2+j^2)t} \sin kD \sin jT. \quad (5)$$

Формула (5) описывает поведение работающих индивидов в какой-то одной точке (D, T) . Для нахождения девяти коэффициентов $A_{k,j}$ проинтегрируем (5) по каждому из девяти секторов области Ω :

$$\int_{\alpha_1^m}^{\alpha_2^m} \int_{\beta_1^n}^{\beta_2^n} S(D, T, t) dDdT = \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j} e^{-a^2(k^2+j^2)t} \int_{\alpha_1^m}^{\alpha_2^m} \int_{\beta_1^n}^{\beta_2^n} \sin kD \sin jT dDdT, \quad (6)$$

где $[\alpha_1^m, \alpha_2^m]$ и $[\beta_1^n, \beta_2^n]$ ($m, n = 1, 2, 3$) – произвольный сектор области Ω .

Величину

$$\widehat{SW}_{m,n} = \int_{\alpha_1^m}^{\alpha_2^m} \int_{\beta_1^n}^{\beta_2^n} S(D, T, t) dDdT$$

трактуем как число работников, отвечающих стратегии поведения соответствующего сектора области Ω .

Далее для описания модели распределения стратегии поведения работающих на рынке труда для $t=1999$ -й год составляем систему из девяти уравнений:

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin kD \sin jT dDdT = SW_{1,1}(1999);$$

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin kD \sin jT dDdT = SW_{1,2}(1999);$$

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \sin kD \sin jT dDdT = SW_{1,3}(1999);$$

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin kD \sin jT dDdT = SW_{2,1}(1999);$$

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin kD \sin jT dDdT = SW_{2,2}(1999);$$

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \sin kD \sin jT dDdT = SW_{2,3}(1999);$$

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin kD \sin jT dDdT = SW_{3,1}(1999);$$

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \int_{\frac{\pi}{3}}^{\frac{2\pi}{3}} \sin kD \sin jT dDdT = SW_{3,2}(1999);$$

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \int_{\frac{2\pi}{3}}^{\pi} \sin kD \sin jT dDdT = SW_{3,3}(1999),$$

где $SW_{m,n}(1999)$ берутся из базы данных, полученной при обследовании рынка труда Омской области в 1999 году [2, с.136]. Вычисляя определенные интегралы, мы упрощаем эту систему и получаем ее в следующем виде:

$$\sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \frac{1}{k * j} (\cos 0 - \cos \frac{\pi}{3}k) (\cos 0 - \cos \frac{\pi}{3}j) = SW_{1,1}(1999);$$

$$\begin{aligned}
& \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \frac{1}{k * j} (\cos 0 - \cos \frac{\pi}{3}k) (\cos \frac{\pi}{3}j - \cos \frac{2\pi}{3}j) = SW_{1,2}(1999); \\
& \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \frac{1}{k * j} (\cos 0 - \cos \frac{\pi}{3}k) (\cos \frac{2\pi}{3}j - \cos \pi j) = SW_{1,3}(1999); \\
& \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \frac{1}{k * j} (\cos \frac{\pi}{3}k - \cos \frac{2\pi}{3}k) (\cos 0 - \cos \frac{\pi}{3}j) = SW_{2,1}(1999); \\
& \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \frac{1}{k * j} (\cos \frac{\pi}{3}k - \cos \frac{2\pi}{3}k) (\cos \frac{\pi}{3}j - \cos \frac{2\pi}{3}j) = SW_{2,2}(1999); \\
& \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \frac{1}{k * j} (\cos \frac{\pi}{3}k - \cos \frac{2\pi}{3}k) (\cos \frac{2\pi}{3}j - \cos \pi j) = SW_{2,3}(1999); \\
& \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \frac{1}{k * j} (\cos \frac{2\pi}{3}k - \cos \pi k) (\cos 0 - \cos \frac{\pi}{3}j) = SW_{3,1}(1999); \\
& \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \frac{1}{k * j} (\cos \frac{2\pi}{3}k - \cos \pi k) (\cos \frac{\pi}{3}j - \cos \frac{2\pi}{3}j) = SW_{3,2}(1999); \\
& \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)1999} \frac{1}{k * j} (\cos \frac{2\pi}{3}k - \cos \pi k) (\cos \frac{2\pi}{3}j - \cos \pi j) = SW_{3,3}(1999).
\end{aligned}$$

Относительно переменных $A_{k,j}^{(1999)}$ данная система является линейной, и для нахождения ее решения используем программный пакет MathCad 11. Результат приведен в виде диаграммы на рис. 2. Слева на рис. 2 даны величины $SW_{m,n}(1999)$ [2, с.136], а справа прогнозируемые на 2005 год стратегии работающих на рынке труда города Омска, найденные с помощью формулы (6). Точнее, по формуле

$$\begin{aligned}
\widehat{SW}_{m,n}(2005) &= \int_{\alpha_1^m}^{\alpha_2^m} \int_{\beta_1^n}^{\beta_2^n} S(D, T, 2005) dDdT = \\
&= \sum_{k=1}^3 \sum_{j=1}^3 A_{k,j}^{(1999)} e^{-a^2(k^2+j^2)2005} \int_{\alpha_1^m}^{\alpha_2^m} \int_{\beta_1^n}^{\beta_2^n} \sin kD \sin jT dDdT. \tag{7}
\end{aligned}$$

Спрогнозированные величины $\widehat{SW}_{m,n}(2005)$ были соотнесены с базой данных $SW_{m,n}(2005)$, полученной при обследовании рынка труда Омской области в 2005 году [2, с.136]. Отклонение не превысило 5%.

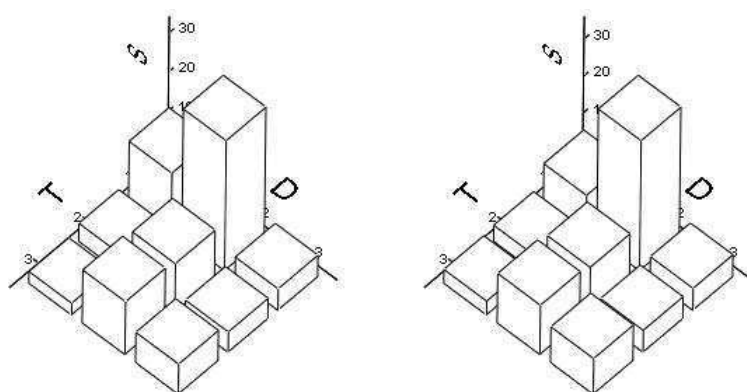


Рис. 2. Базы данных величин $SW_{m,n}(1999)$ [2, с.136] (слева). Прогноз распределения стратегий работающих на рынке труда города Омска в 2005 г. (справа)

Таким образом, использование формулы (2) позволяет с точностью до 5% описывать поведение работающих индивидов на рынке труда г. Омска.

Аналогично, используя коэффициенты $A_{k,j}^{(1999)}$, можно сделать прогноз по рынку труда на 2011-й год (рис. 3).

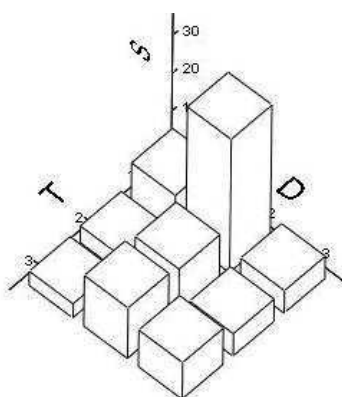


Рис. 3. Расчетное распределение стратегий работающих на рынке труда города Омска в 2011 г.

Из рис. 3 видно, что больших изменений в стратегиях поведения на рынке труда до 2011 года ожидать не приходится. Работники обладают устойчивыми стратегическими направленностями. «Первое исследование было проведено в 1999 году - после экономического кризиса. Условия 2005 года приближаются к условиям, которые мы имели в 1998 году до кризиса» [1]. Таким образом, два исследования были проведены в различных экономических условиях. То, что мы получили практически одинаковые результаты, подтверждает теоретические положения, разработанные О.С. Елкиной и В.С. Половинко, о стабильности и устойчивости стратегических жизненных ориентиров людей на рынке труда [1]. Более того, это свидетельствует о том, что внешние экономические

условия не в значительной степени влияют на распределение стратегий экономического поведения работника на рынке труда, а влияют в большей мере внутренние факторы, их формирующие.

В заключение следует сказать, что наша математическая модель, с одной стороны, позволяет отразить тонкое наблюдение специалистов – экономистов [1] по исследованию рынка труда, а с другой – позволяет создавать модель, прогнозирующую состояние рынка труда.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ёлкина О.С., Половинко В.С. Экономическое поведение работников на рынке труда. Омск: Изд-во ОмГПУ, 2001. 278 с.
2. Ёлкина О.С., Гуревич Е.В., Гуц А.К. Математическое моделирование стратегий экономического поведения людей на рынке труда // Математические структуры и моделирование. 2005. Вып.15. С.107-111.
3. Пу Т. Нелинейная экономическая динамика. Ижевск: Издательский дом «Удмуртский университет», 2000. 200 с.