

ТОПОЛОГИЧЕСКИЕ ПОЛЁТЫ КОСМИЧЕСКИХ ВАРП-КОРАБЛЕЙ АЛЬКУБЬЕРРЕ И ПОТОКИ РИЧЧИ

А.К. Гуц

д.ф.-м.н., профессор, e-mail: aguts@mail.ru

Сочинский государственный университет, Сочи, Россия

Аннотация. Показана возможность описания полётов сверхбыстрых космических варп-кораблей Алькубьерре, меняющих топологию и геометрию 3-мерного физического пространства посредством потоков Риччи.

Ключевые слова: варп-корабль, Алькубьерре, изменения топологии и геометрии, потоки Риччи, кротовая нора, знак энергии.

Введение

Реализация проекта Алькубьерре [1] космического сверхбыстрого корабля с радиусом варп-пузыря 100 м, который наблюдателем на Земле воспринимается как сверхсветовой, как показали расчёты, требует энергии порядка $(1/4)M_{\odot}$ [2, р. 73]. Поскольку это значительно больше, чем энергия $(1/100)M_{\odot}$, необходимая для создания 4-мерной кротовой норы [3], то образуется кротовая нора и варп-пузырь, содержащий варп-корабль, уходит в неё [4]. Пространство при этом теряет связность – образуются две компоненты связности. Последняя оценка, полученная автором летом 1981 г. и связанная с образованием отрыва части 3-пространства, т. е. с изменением связности 3-многообразия, была найдена при допущении изменения гладкости римановой метрики пространства в процессе её изменения со временем. Фактически это перекликается с образованием сингулярностей в римановом пространстве, которые появляются при исследовании потоков Риччи в конечное время [5].

1. Теорема Гамильтона

Обращение к исследованиям по потокам Риччи, первые публикации Р. Гамильтона, которые появились позже, лишь в 1982 г., позволяет сейчас более обстоятельно изучить целый ряд проблем, возникающих при полётах варп-кораблей Алькубьерре.

Эволюция римановой 3-метрики $g(t)$, которая приводит к некоторой выделенной римановой метрике на данном замкнутом ориентируемом дифференцируемом 3-мерном многообразии M^3 , при использовании потоков Риччи, характеризуется дифференциальным уравнением

$$\frac{\partial g}{\partial t} = -2Ric_g(t), \quad (1)$$

определённым на $[0; T)$, и относится к бесконечномерному пространству римановых метрик на многообразии M^3 . Обычно уравнение (1) записывается в некоторой системе локальных координат – локальных карт из атласа карт многообразия M^3 :

$$\frac{\partial g_{ik}}{\partial t} = -2R_{ik}.$$

Фундаментальный результат Р. Гамильтона гарантирует существование и единственность потока Риччи в течение короткого промежутка времени. Для заданной гладкой начальной метрики g_0 на компактном многообразии M^3 существует единственное гладкое решение $g(t)$ уравнения потока Риччи в течение короткого времени. Это гарантирует, что поток может быть запущен из любой гладкой начальной точки. Иначе говоря, варп-корабль может выйти на сверхсветовой режим, **изменяющий топологию и ведущий к сингулярности**, в любой точке пространства.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 1. (Гамильтон, ([5], 1982). Если g_0 – гладкая метрика на компактном многообразии M^3 , то поток Риччи с $g(0) = g_0$ имеет единственное решение $g(t)$ на максимальном временном интервале $t \in [0, T)$, где $T \leq \infty$. Причём если $T < \infty$, то

$$\lim_{t \rightarrow T} \sup_{x \in M^3} |Riem(x, t)| = \infty,$$

$$\text{где } |Riem| = \sqrt{R_{ijkl}R^{ijkl}}.$$

Как видим, по мере развития потока Риччи могут образовываться сингулярности, в которых кривизна становится неограниченной. Одна из возможных сингулярностей изображена на рис. 1 (слева) [6].

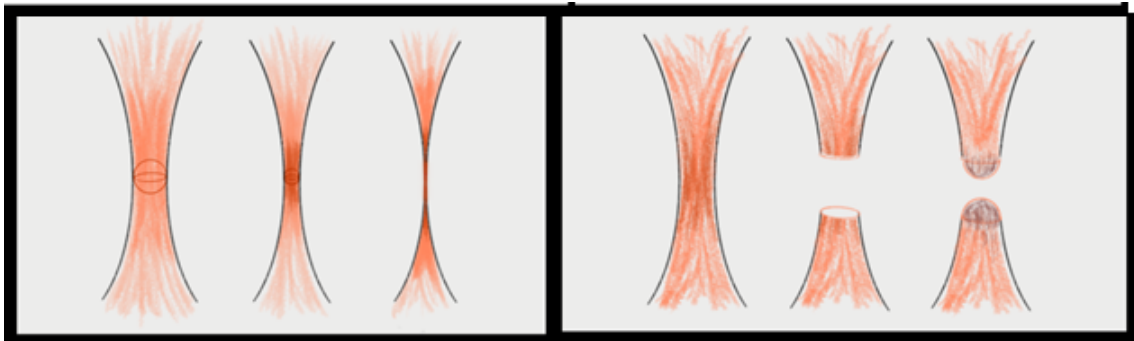


Рис. 1. Поток Риччи приближается к сингулярности (слева). Использование хирургии для укрощения сингулярностей (справа) [6]

Заметим, что, вообще говоря, кривизна неограниченно возрастает лишь на некоторой части многообразия; при этом говорят, что поток имеет сингулярность.

Фундаментальная проблема теории потоков Риччи – это описать все возможные геометрии сингулярностей. С точки зрения теории полётов варп-кораблей решение этой проблемы даёт представление, что может ожидать варп-корабль при переходе на сверхсветовой режим.

2. Древние потоки Риччи – это модели сингулярностей

Форму сингулярности можно «разглядеть» благодаря процедуре масштабирования – параболического растяжения – в точке x_0 , где $R(x_0, t) \rightarrow \infty$ при $t \rightarrow T$.

Масштабирование заключается в растяжении метрики и замедлении течения времени, которые позволяют получить новое решение уравнения потока.

Как это делается?

Если даны поток Риччи $g(t)$ на $M \times [0; T)$, точка x_0 и момент времени t_0 , то определяется растяжение как поток, заданный формулой

$$g_0(t) = Q_0 \cdot g\left(t_0 + \frac{t}{Q_0}\right), \quad Q_0 = R(x_0, t_0).$$

Оно определено на промежутке $[-t_0 Q_0; (T - t_0) Q_0)$ и нормируется условием $R_{g_0}(x_0, 0) = 1$ (рис. 2) [7].

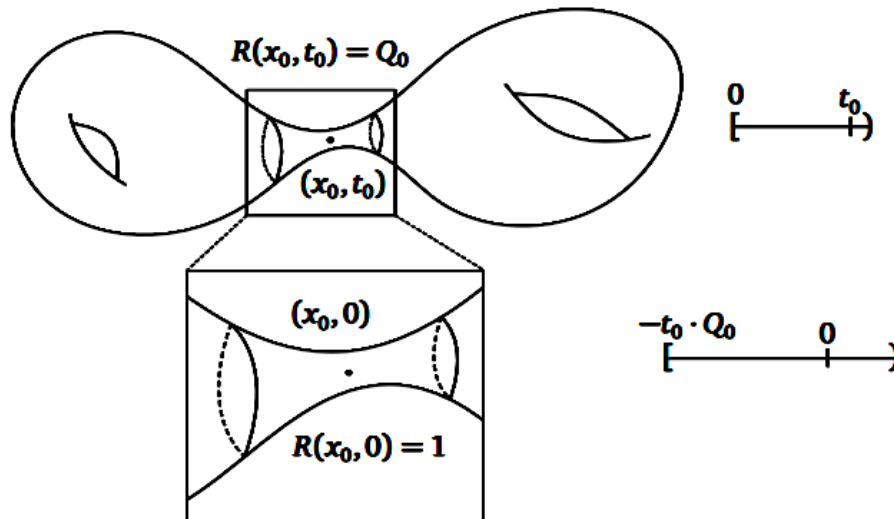


Рис. 2. Масштабирование в точке x_0 [7]

При определённых предположениях увеличенный, т. е. параболически растянутый, поток стремится к предельному потоку Риччи, называемому *моделью сингулярности*. Модели сингулярности – это *древние потоки Риччи*, т. е. их можно бесконечно распространять в прошлое. Понимание возможных моделей сингулярности в потоке Риччи является важнейшей исследовательской задачей.

Рассмотрим процесс получения предельного потока подробнее. Рассматривается последовательность масштабирований в точках (x_k, t_k) , для которых $Q_k = R(x_k, t_k) \rightarrow +\infty$ и скалярная кривизна на $M \times [0, t_k]$ в которых максимальна. Тогда последовательность параболических растяжений метрик $g_k(t)$ в (x_k, t_k) имеет ограниченную кривизну на отрезках $[-t_k Q_k, 0]$, сходящихся к $(-\infty, 0]$ [7].

Г. Перельман показал, что при определённых условиях гарантируется плавная сходимость последовательности $\{(M, g_k(t), x_k)\}$ (или некоторой её подпоследовательности) к предельному древнему потоку Риччи $(M_\infty, g_\infty(t), x_\infty)$ [7]. Заметим, что

топология многообразия M_∞ не обязана совпадать с топологией многообразия M [8, р. 2].

Полученный древний поток Риччи является потоком на $(-\infty, 0]$ ограниченной и при этом ненулевой кривизны. Более того, теорема Гамильтона – Айви о сжатии позволяет показать, что кривизна сечений предельного потока положительна или равна нулю [7].

3. Сингулярности в потоке Риччи

По Р. Гамильтону, Г. Перельману предельные потоки (blow-up limit flow) в точках максимальной кривизны приводят к одной из следующих двух моделей сингулярности [9, р. 86] и [10]:

1. Сжимающаяся круглая сферическая форма S^3 или её фактор S^3/Γ (который сжимается в точку за конечное время) (см. рис. 3, а [6, р. 31]).
2. Круглый бесконечный цилиндр $S^2 \times \mathbb{R}$ (шейка), либо его Z_2 -фактор, содержащий одностороннюю проективную плоскость (см. рис. 3, b [9]).

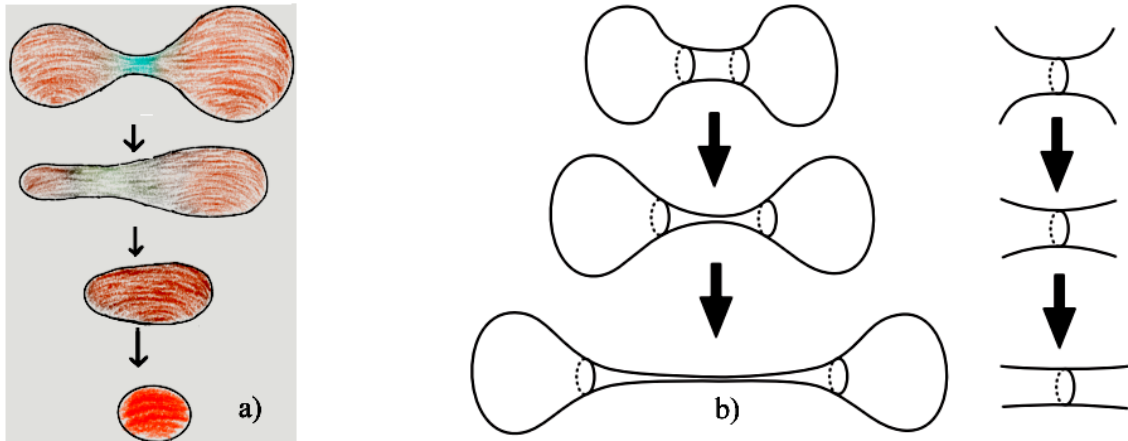


Рис. 3. Две модели сингулярности: а – круглая сфера S^3/Γ [6] и б – цилиндр (шейка) [9]

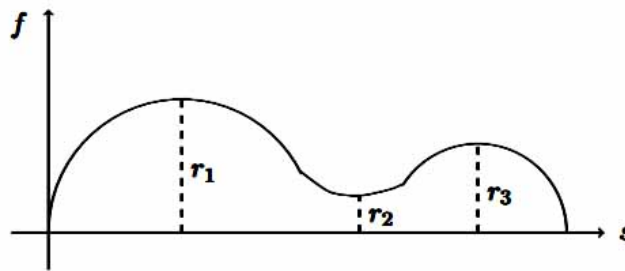
4. Метрика, описывающая образование сингулярности с тонким цилиндром (шеей)

Пусть дано многообразие $M^3 = S^1 \cup (S^2 \times I) \cup S_2$ с исходной метрикой

$$g_0 = \{1 + [f'(s)]^2\}ds^2 + [f(s)]^2g_{S^2},$$

где вид функции $f(s)$ дан на рис. 4 [11, р. 25].

Тогда поток Риччи эволюционирует за конечное время до сингулярности, представленной на рис. 5, если $r_1 \ll r_2, r_3$ [11, р. 25] и [12], которая затем отщипывается.

Рис. 4. График функции $f(s)$ [11]Рис. 5. Пример $r_2 \ll r_1, r_3$ с разрушающейся шейей (отщипывается) [11]

5. Потоки Риччи с хирургией

Как показал Г. Перельман, если сингулярности появляются за конечное время, то они выглядят только как сжимающиеся сферы или цилиндры. Далее он разрезает многообразие вдоль сингулярностей, разделяя многообразие на несколько частей, а затем продолжает поток Риччи на каждой из этих частей. Эта процедура известна как поток Риччи с хирургическим вмешательством [8].

Понимание природы образования сингулярностей важно, поскольку они результат старта варп-корабля и, следовательно, должны рассматриваться как нанесение «ущерба» пространству. Устранение же этих сингулярностей имеет решающее значение как для понимания долгосрочного поведения потока, так и для обнаружения наличия естественного (природного, самоустраниющегося, самовосстанавливающегося) или искусственного механизмов устранения нанесённого «ущерба».

Для изучения этих явлений математиками используются такие методы, как анализ раздувания (масштабирование), который предполагает изменение масштаба метрики вблизи сингулярностей и использование специальных математических операций – потоков Риччи с хирургией (Г. Перельман) – для изменения многообразия в сингулярных точках. На рис. 1 (справа) показано, как ликвидируется один из типов сингулярности, ведущий к потере связности многообразия, т. е. к отрыву варп-пузыря от пространства.

Для 3-мерного риманова многообразия Г. Перельман показал, как **продолжить движение за сингулярности**, используя операции хирургии на многообразии¹.

Необходимую работу в этом направлении, отвечая на утверждение Г. Перельмана, проделали авторы статьи [14].

Они «рассмотрели поток Риччи на S^{n+1} , начинающийся с вращательно-

¹Точнее, Г. Перельман писал: «Вероятно, что, перейдя к пределу в этой конструкции, можно было бы получить канонически определённый поток Риччи через сингулярности, но на данный момент у меня нет доказательства этого» [13, р. 37].

симметричной метрики g_0 . В п. 4 показали, что если g_0 достаточно сжата, то поток Риччи за конечное время T сформирует сингулярность «шейка» и вычислили точную асимптотику профиля решения вблизи сингулярной гиперповерхности при $t \nearrow T$. Позже, в работе [14], авторы доказали, что можно определить плавную прямую эволюцию потока Риччи через сингулярность «шейка». Они добились этого, по сути, взяв предел потоков Риччи с хирургией, и, следовательно, показали, что гипотеза Г. Перельмана на самом деле верна в случае «шейки» сферы S^3 . Поскольку плавная прямая эволюция выполняет хирургию в сингулярное время $T = 0$ и на масштабе 0, то во все последующие моменты времени поток будет состоять из двух непересекающихся гладких потоков Риччи на *паре* многообразий [15].

Искусственная, проводимая математиком процедура отрезания и заклеивания «дыры» половиной шара, ведущая к отрыву варп-пузыря от пространства, – это то, что делает варп-двигатель с пространством, будучи искусственной инженерной конструкцией.

Уход варп-корабля в 4-мерную кротовую нору – это порождение сингулярности типа, показанного на рис. 3 и 5. На рис. 6 показан дальнейший возможный процесс с разрывом многообразия на два «куска». Но детали того, как на самом деле происходит этот разрыв и как следует проводить данную «хирургию», очень сложны [9, р. 28].



Рис. 6. «Пережим» и «отщипывание» шейки в 3-пространстве посредством потока Риччи [9]

6. Управляемые потоки Риччи с хирургией

Особый интерес для нас представляют управляемые 3-мерные потоки [16, гл. 15], т. е. в 4-мерном пространстве-времени, чьи сингулярности строго контролируются как топологически, так и геометрически. При определённых гипотезах, которым должны удовлетворять эти эволюции доказывається, что эти управляемые 3-мерные потоки Риччи с хирургией всегда существуют для любого компактного 3-многообразия в качестве начальной метрики. Иначе говоря, существуют потоки Риччи с хирургией, определённые для любого времени с любыми нормализованными начальными условиями.

7. Потоки Риччи и уравнения Эйнштейна

Как видим, потоки Риччи с хирургией дают инструмент для исследования деталей, сопровождающих полёт варп-корабля.

Действительно, при включении варп-двигателя на сверхсветовой режим, а это означает выделение энергии, описываемой тензором энергии-импульса ${}^{(4)}T_{\alpha\beta}$, про-

исходит изменение геометрии пространства-времени в соответствии с уравнениями Эйнштейна:

$${}^{(4)}R_{\alpha\beta} = k \left({}^{(4)}T_{\alpha\beta} - \frac{1}{2} {}^{(4)}g_{\alpha\beta} {}^{(4)}T \right), \quad (2)$$

$$\alpha, \beta = 0, 1, 2, 3.$$

Рассматриваем метрику ${}^{(4)}g_{\alpha\beta}$ пространства-времени в синхронной системе отсчёта:

$$ds^2 = {}^{(4)}g_{\alpha\beta} dx^\alpha dx^\beta = dx^{0^2} - g_{ik} dx^i dx^k,$$

$$i, k = 1, 2, 3.$$

Пространственная часть уравнений (2) имеет вид [17, с. 372]:

$$R_{ik} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 g_{ik}}{\partial t^2} + \frac{1}{4} \left[\frac{\partial \ln \det ||g_{mn}||}{\partial t} \cdot \frac{\partial g_{ik}}{\partial t} - 2g^{ls} \frac{\partial g_{il}}{\partial t} \frac{\partial g_{ks}}{\partial t} \right] =$$

$$= k \left({}^{(4)}T_{ik} + \frac{1}{2} g_{ik} {}^{(4)}T \right). \quad (3)$$

С учётом того, что

$${}^{(4)}g_{ik} = -g_{ik},$$

или, более кратко,

$$R_{ik} + \frac{g_{kj}}{2\sqrt{\det ||g_{mn}||}} \frac{\partial}{\partial t} \left(\sqrt{\det ||g_{mn}||} g^{js} \frac{\partial g_{is}}{\partial t} \right) = k \left({}^{(4)}T_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} {}^{(4)}T \right), \quad (4)$$

задавая тем самым тензор Риччи R_{ik} .

8. Оценка энергии формирования кротовой норы

Поток Риччи сопровождается «потоком» энергии ${}^{(4)}T_{\alpha\beta}$. И это та энергия, которая обеспечивает успешную работу варп-двигателя на сверхсветовом режиме. Следовательно, для оценки требуемой энергии для полёта варп-корабля, с учётом наличия потока Риччи $g(t)$, и принимая

$${}^{(4)}T_{\alpha\beta} = \varepsilon u_\alpha u_\beta, \quad u_\alpha = (1, 0, 0, 0),$$

имеем ${}^{(4)}T = \varepsilon$ и благодаря формуле (3)

$$k\varepsilon g_{ik} = 2R_{ik} + \frac{\partial^2 g_{ik}}{\partial t^2} + \frac{1}{2} \left[\frac{\partial \ln \det ||g_{mn}||}{\partial t} \cdot \frac{\partial g_{ik}}{\partial t} - 2g^{ls} \frac{\partial g_{il}}{\partial t} \frac{\partial g_{ks}}{\partial t} \right]. \quad (5)$$

Откуда получаем для плотности требуемой энергии для варп-полёта следующую оценку:

$$\varepsilon = \frac{2}{3k} R + \frac{1}{3k} g^{ik} \frac{\partial^2 g_{ik}}{\partial t^2} + \frac{1}{6k} g^{ik} \left[\frac{\partial \ln \det ||g_{mn}||}{\partial t} \cdot \frac{\partial g_{ik}}{\partial t} - 2g^{ls} \frac{\partial g_{il}}{\partial t} \frac{\partial g_{ks}}{\partial t} \right], \quad (6)$$

или, более кратко, опираясь на (4),

$$\varepsilon = \frac{2}{3k}R + \frac{1}{3k\sqrt{\det ||g_{mn}||}} \frac{\partial}{\partial t} \left(\sqrt{\det ||g_{mn}||} g^{is} \frac{\partial g_{is}}{\partial t} \right). \quad (7)$$

Манипуляции, совершаемые варп-двигателем, соответствуют хирургии удаляющей сингулярности. Затем повторный поток Риччи на каждом из образовавшихся кусков многообразия, возможность которых доказал Г. Перельман, приводит их соответственно к состояниям оставленного пространства и пространства варп-пузыря, перемещающегося в 4-мерном пространстве-времени.

Обратим внимание еще на то, что кроме чисто пространственной составляющей уравнений Эйнштейна имеют место еще два уравнения [17, с. 372]:

для ${}^{(4)}R_0^0 -$

$$\varepsilon = \frac{2}{k} {}^{(4)}R_0^0 = -\frac{1}{k} \frac{\partial^2 \ln \det ||g_{mn}||}{\partial t^2} - \frac{1}{2k} g^{is} g^{jk} \frac{\partial g_{ik}}{\partial t} \frac{\partial g_{js}}{\partial t}$$

и для ${}^{(4)}R_i^0 -$

$${}^{(4)}R_i^0 = \frac{1}{2} \left[\nabla_s g^{sk} \frac{\partial g_{ik}}{\partial t} - \frac{\partial^2}{\partial x^i \partial t} \ln \det ||g_{mn}|| \right] = k {}^{(4)}T_i^0 = 0.$$

Хотелось бы думать, что все эти уравнения согласуются и не ведут к противоречивым выводам, касающимся величины энергии, сопровождающей полёт варп-корабля.

9. Знак энергии

Вопрос о знаке плотности энергии ε имеет принципиальное значение. В случае $\varepsilon > 0$, мы имеем дело с традиционной энергией, а в случае $\varepsilon < 0$ – с экзотической энергией.

Поток Риччи сохраняет положительную скалярную кривизну $R \geq 0$ [18, р. 16]. Это следует из уравнения

$$\frac{\partial R}{\partial t} = \Delta R + 2R_{ik}R^{ik}$$

и наблюдения, что $|Ric|^2 = R_{ik}R^{ik} \geq 0$. Напротив, отрицательность скалярной кривизны не сохраняется. Поэтому формула (7), скорее всего, говорит нам, что энергия, потребляемая варп-кораблём, положительна. В пользу этого говорит теорема о сжатии Гамильтона – Айви, показывающая, что отрицательная часть кривизны становится пренебрежимо малой по сравнению со скалярной кривизной $R(x, t)$.

В какой мере энергия, рассчитываемая по формуле (6) или (7), связана с энергией, необходимой для формирования кротовой норы? Если образуется 4-мерная кротовая нора, т. е. появляется в результате потока Риччи с хирургией при разделении пространства на два куска, энергия, как показано в работах [4, 19], использовавших другие методы, должна быть положительной.

10. В каком месте пространства успешен быстрый старт варп-корабля

Ответ, казалось бы, мы находим у Г. Перельмана: поток Риччи **не может быстро превратить почти евклидову область** в очень искривлённую независимо от того, что происходит далеко [13, р. 4]. Другими словами, для топологической метаморфозы, производимой варп-кораблём, предполагающей сильное искривление пространства, влекущее образование сингулярности, геометрия пространства, окружающего варп-корабль, не должна быть почти евклидовой, т. е. имеющей метрику

$$dl^2 = \delta_{ik} dx^i dx^k = dr^2 + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2).$$

Окружающее пространство планет или Солнца описывается метрикой Шварцшильда

$$dl_{\text{Шв.}}^2 = \frac{dr^2}{1 - \frac{r_g}{r}} + r^2(d\theta^2 + \sin^2 \theta d\phi^2),$$

которая, как видим, описывает геометрию, отличную от евклидовой. Напрашивается вывод: успех быстрого запуска варп-корабля обеспечивается близостью места запуска к тяготеющей звезде.

Однако ответ Г. Перельмана должно уточнить. Варп-двигатель, выходящий на сверхсветовой режим, порождает плотность энергии в варп-пузыре гораздо большую, чем 10^{30} эрг/см^3 . А это означает существенное искривление окружающего пространства.

Заключение

Обращение к теории потоков Риччи, меняющих геометрию и топологию 3-пространства, естественно, когда мы начинаем исследовать детали ухода варп-корабля в кротовую нору. Более того, геометро-топологическая метаморфоза изменения 3-пространства при образовании кротовой норы (потеря связности пространством) в статье [3] была описана весьма абстрактно – была дана скорее модель этой метаморфозы на одном базовом множестве, позволившая провести оценку необходимой энергии, но теперь появилась возможность уточнять детали полёта варп-корабля. Хотя и в настоящее время сама хирургия сингулярностей с точки зрения физики нуждается в подробном изучении.

Литература

1. Alcubierre M. The Warp drive: Hyper – fast travel within general relativity // Classical and Quantum Gravity. 1994. Vol. 11. P. 73–77. URL: <http://arXiv:gr-qc/0009013> (дата обращения: 10.11.2024).
2. Pfenning M.J., Ford L.H. Quantum Inequality Restrictions on Negative Energy Densities in Curved Spacetimes. URL: <https://arxiv.org/pdf/gr-qc/9805037> (дата обращения: 10.11.2024).
3. Гуц А.К. Изменение топологии физического пространства в замкнутой вселенной // Известия вузов. Физика. 1982. № 5. С. 23–26.

4. Гуц А.К. Топологический характер работы варп-двигателя Алькубьерре при выходе на сверхсветовую скорость // Эффективное обеспечение научно-технического прогресса: исследование задач и поиск решений: сб. ст. Междунар. науч.-практ. конф. (г. Магнитогорск, РФ, 25 августа 2024г.). Уфа: Аэтерна, 2024. С. 6–9.
5. Hamilton R.S. Three-manifolds with positive Ricci curvature // Journal of Differential geometry. 1982. Vol. 17 (2). P. 255–306.
6. Khan G. An Illustrated Introduction to the Ricci Flow. URL: <http://arXiv:2201.04923v1> (дата обращения: 19.12.2024).
7. Бессьер Л., Бессон Ж., Буало М. Доказательство гипотезы Пуанкаре (по работам Г. Перельмана) // Математическое просвещение. 2019. Вып. 24. С. 53–69.
8. Perelman G. Ricci flow with surgery on three-manifolds. URL: <http://arXiv:math/0303109v1> (дата обращения: 19.12.2024).
9. Sheridan N. Hamilton's Ricci Flow. Honours Thesis. Melbourne, 2006.
10. Риччи поток. URL: https://ru.wikibrief.org/wiki/Ricci_flow#Blow-up_limits_of_singularities (дата обращения: 19.12.2024).
11. Bamler R. Ricci Flow. Lecture Notes by Otis Chodosh and Christos Mantoulidis. URL: <https://web.stanford.edu/~ochodosh/Bamler-RFnotes.pdf> (дата обращения: 19.12.2024).
12. Angenent S., Knopf D. An example of neckpinching for Ricci flow on S^{n+1} // Mathematical Research Letters. 2004. Vol. 11, No. 4. P. 493–518.
13. Perelman G. The entropy formula for the Ricci flow and its geometric applications. URL: <http://arXiv:math.DG/0211159v1> (дата обращения: 19.12.2024).
14. Angenent S.B., Caputo M.C., Knopf D. Minimally invasive surgery for Ricci flow singularities. URL: <https://arxiv.org/pdf/0907.0232> (дата обращения: 10.02.2025).
15. Lakzian S. Intrinsic flat continuity of Ricci flow through neckpinch singularities // Geom Dedicata. 2015. Vol. 179. P. 69–89.
16. Morgan J.W., Gang Tian. Ricci Flow and the Poincare Conjecture. URL: <https://arxiv.org/pdf/math/0607607v2> (дата обращения: 19.12.2024).
17. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: в 10 т. М.: ФМ, 1968. Т. 2. Теория поля.
18. Hamilton R. The formations of singularities in the Ricci Flow // Surveys in Differential Geometry. 1993. Vol. 2, No. 1. P. 7–136. URL: <https://dx.doi.org/10.4310/SDG.1993.v2.n1.a2> (дата обращения: 10.02.2025).
19. Гуц А.К. Энергия, необходимая для порождения варп-двигателем кротовых нор // 18-я Российская гравитационная конференция – Международная конференция по гравитации, космологии и астрофизике «RusGrav-18». Тезисы докладов. Казань: Изд-во КФУ, 2024. С. 73–75.

ALCUBIERRE SPACE WARP SHIP TOPOLOGICAL FLIGHTS AND RICCI FLOWS

A.K. Guts

Dr.Sc. (Phys.-Math.), Professor, e-mail: aguts@mail.ru

Sochi State University, Sochi, Russia

Abstract. In the paper the possibility of describing the flights of ultra-fast Alcubierre warp spaceships that change the topology and geometry of 3-dimensional physical space using Ricci flows is demonstrated.

Keywords: warp ship, Alcubierre, changes in topology and geometry, Ricci flows, worm hole, sign of energy.

Дата поступления в редакцию: 10.02.25