Математические структуры и моделирование
2025. № 2 (74). С. 5–11

УДК 530.12:524.8
DOI 10.24147/2222-8772.2025.2.5-11

ХРОНОГЕОМЕТРИЯ ПРОФЕССОРА Ю.Ф. БОРИСОВА

А.К. Гуц
д.ф.-м.н., профессор, e-mail: aguts@mail.ru

Сочинский государственный университет, Сочи, Россия

Аннотация. Замечательному новосибирскому геометру Ю.Ф. Борисову 15 июня 2025 г. исполнилось бы 100 лет. В статье излагается его подход к аксиоматизации специальной теории относительности, который он разрабатывал в течение 40 лет.

Ключевые слова: Ю.Ф. Борисов, Мир событий, хроногеометрия, аксиоматика, теория относительности.

К 100-летию со дня рождения
профессора Ю.Ф. Борисова

Когда пишут о научных исследованиях замечательного геометра Юрия Федоровича Борисова (1925–2007), а пишут о них геометры, как правило, не интересующиеся физикой или философией, то отмечают его основные геометрические работы, относящиеся к теории многообразий ограниченной кривизны и к проблеме регулярности гладких изометрических погружений таких многообразий в евклидовы пространства. Затем добавляют, что занимался профессор Борисов и основаниями теории относительности, или, как говорили в Новосибиске, *хроногеометрией* [1].

К хроногеометрии относятся следующие публикации Ю.Ф. Борисова:

1. Борисов Ю.Ф. О преобразованиях псевдоевклидова пространства, сохраняющих изотропность векторов // Известия высших учебных заведений. 1960. № 6. С. 31-39.
2. Борисов Ю.Ф. Об аксиоматическом определении групп Галилея и Лоренца // Сибирский математический журнал. 1978. Т. 19, № 6. С. 1237-1253.
3. Борисов Ю.Ф. Важное направление - хроногеометрия // Наука в Сибири. 12 января 1978 г.
4. Борисов Ю.Ф. К основаниям релятивистской кинематики // Сибирский математический журнал. 1986. Т. 27, № 3. С. 10-27.
5. Борисов Ю.Ф. Однозначная (с точностью до ориентации) определяемость времени пространственной структурой множества событий // Сибирский математический журнал. 1987. Т. 28, № 4. С. 57-64.
6. Борисов Ю.Ф. В четвёртом измерении // Наука в Сибири. 30 июня 1987 г.
7. Борисов Ю.Ф. Два вопроса о метрических основаниях римановой геометрии // Доклады РАН. 1994. Т. 336, № 2. С. 154-156.
8. Борисов Ю.Ф. Вклад А.Д. Александрова и его школы в прикладную математику // Сибирский журнал индустриальной математики. 2002. Т. 5, № 3. С. 3-4.
9. Борисов Ю.Ф. Вывод релятивистской кинематики из постулатов классической механики и ограниченной точности мыслимых экспериментов // Сибирский журнал индустриальной математики. 2008. Т. 11, № 1. С. 23-36.

10. Борисов Ю.Ф. Экспериментальное обоснование теории относительности, идеализм, позитивизм и материализм // Математические структуры и моделирование. 2012. № 25. С. 63-65.[1]

Профессор Ю.Ф. Борисов, пережив блокаду Ленинграда, закончил Ленинградский университет в 1949 г., и дальнейшая его жизнь тесно связана с жизнью его учителя и друга Александра Даниловича Александрова. Геометрические исследования Ю.Ф. Борисова пересекаются во многом с идеями А.Д. Александрова. А эти идеи сформировали важнейшее направление геометрии XX в. – обобщённую риманову геометрию, известную сейчас как пространства Александрова.

Великий геометр А.Д. Александров – физик по образованию – проявил незаурядное предвидение реальности несиловой квантовой связи тел (запутанности) в квантовой механике [2], но начиная с середины 1960-х гг. погрузился в исследования по аксиоматической теории относительности, названные им хроногеометрией.

Ю.Ф. Борисов в 1960 г., как бы следуя за учителем[2], который в данное время больше интересовался основаниями теории относительности с акцентом на философскую сторону дела, обобщил теорему Александрова – Овчинниковой (анонсированную ещё в 1949 г. и полностью опубликованную в 1953 г.) на случай произвольного псевдоевклидова пространства.

Результат Ю.Ф. Борисова открывал путь аксиоматизации теории пространства-времени любой размерности и любой сигнатуры.

Схема аксиоматизации на тот момент была простой: рассматриваются два аффинных n-мерных пространства A^n и $\hat{A}^n$, в которых заданы семейства равных и параллельных конусов $\mathcal{C} = \{C_x : x \in A^n\}$ и $\hat{\mathcal{C}} = \{\hat{C}_{\hat{x}} : \hat{x} \in \hat{A}^n\}$, где $x, \hat{x}$ – вершины конусов C_x и $\hat{C}_{\hat{x}}$. Суть аксиоматизации состояла в том, чтобы вычислить группу $\mathcal{G}$ биективных отображений $f : A^n \to \hat{A}^n$, обладающих свойством $f(C_x) = \hat{C}_{f(x)}$.

В случае 4-мерных пространств A^4, $\hat{A}^4$ и эллиптических конусов группа $\mathcal{G}$, а это и есть теорема Алекасандрова – Овчинниковой, совпадает с группой Пуанкаре, на которой построена специальная теория относительности.

На языке физиков аффинные пространства – это инерциальные системы отсчёта с координатами $\{x, y, z\}$ и со своим локальным временем t (со своими часами), а отображения f описывают пересчёты аффинных координат из одной системы отсчёта в другую. Смысл конусов прост: это либо уравнение распространения света

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0, \tag{1}$$

либо условие причинности

$$c^2t^2 - x^2 - y^2 - z^2 = 0 \geqslant 0. \tag{2}$$

Наконец, равенство $f(C_x) = \hat{C}_{f(x)}$ означает либо закон постоянства скорости света, либо нерушимость причинно-следственных связей. Точнее, если в одной системе

[1] Эта публикация появилась после смерти Ю.Ф. Борисова и представляет изложение его доклада на семинаре «Хроногеометрия» в Новосибирском университете в 197.. г. в той форме, как он запомнился А.К. Гуцу.

[2] За своим учителем Ю.Ф. Борисов следовал не только в науке, но и в жизни, переехав вместе с ним из Ленинграда в Сибирь, в новосибирский Академгородок. Они расстались в 1986 г., когда А.Д. Александров вернулся в Ленинград, а Ю.Ф. Борисов остался до конца жизни в Сибири.

отсчёта наблюдалось, что свет распространяется по закону (1), а после перехода в другую инерциальную систему отсчёта закон распространения света сохраняется, то пересчёт координат описывается преобразованием Лоренца.

Вне нашего внимания остаётся физическая сущность использованных аффинных пространств A^4, $\hat{A}^4$. Они всего лишь удобная геометрическая конструкция. Так, во всяком случае, проповедуется в весьма популярном курсе теоретической физики Л.Д. Ландау и Е.М. Лифшица.

Если мы отождествляем пространства A^4, $\hat{A}^4$, т. е. полагаем, что $A^4 = \hat{A}^4$, и, следовательно, имеем преобразование $f : A^4 \to A^4$ такое, что $f(C_x) = C_{f(x)}$, то мы имеем *движение* в *некотором* пространстве A^4, которое сохраняет закон (1), т. е. соответствует принципу постоянства скорости света, либо сохраняет наблюдаемые причинно-следственные связи. Естественен вопрос: что это за пространство такое A^4? Ответ дал в 1908 г. Г. Минковский: это единое *реально существующее пространство-время*, и это есть *Мир событий*[3] . А. Эйнштейн с этим согласился лишь в 1921 г.

Пространство-время *абсолютно* [3], поскольку его метрика, т. е способ вычисления расстояния между его *мировыми точками* (x, y, z, t), как писал Г. Минковский, названными позже *событиями*,

$$ds^2 = c^2dt^2 - dx^2 - dy^2 - dz^2 \tag{3}$$

не зависит от выбранной наблюдателем для его измерения (инерциальной) системы отсчёта, или, иначе, не меняется при преобразованиях, сохраняющих закон постоянства скорости света, т. е. при преобразованиях Лоренца, в то время как меняются расстояние

$$dl^2 = dx^2 + dy^2 + dz^2$$

между точками в пространстве и измеренные промежутки времени dt^2 между событиями. Расстояния и промежутки времени *относительны*, интервал (3) *абсолютен*! Значит, относительны и пространство, и время.

Обратим внимание, что мы представили формулировку А.Д. Александрова аксиоматики теории относительности. В ней исходным является 4-мерное аффинное пространство, т. е. пространство-время, объединившее в себе 3-мерное пространство и 1-мерное время. Для физиков система отсчёта – это не 4-мерное пространство, а 3-мерное пространство, в котором течёт своё локальное время. Иначе говоря, 4-мерное пространство-время у них исчезает, отходит на второй план, не абсолютно, реальны пространство и время, тогда как у А.Д. Александрова, следовавшего постулату Г. Минковского, *реальным является 4-мерное пространство-время, а пространство и время – это всего лишь «тени»*.

Судьёй, решающим, кто прав, в физике всегда будет эксперимент: именно он сравнивает устройство реального внешнего мира и устройство этого же мира, как он видится физиками, иными словами, устройство внутреннего мира в сознании людей. На сегодня экспериментов, замеряющих абсолютность реальность Мира событий, т. е. единого пространства-времени, увы, крайне мало [1].

---

[3]Точнее, сам Г. Минковский говорил о *Мире*, состоящем из *мировых точек*.

Профессор Ю.Ф. Борисов строит свою хроногеометрию, в отличие от хроногеометрии А.Д. Александрова, не с божественных позиций, откуда виден лежащий внизу Мир событий, а с позиций живущих в этом Мире физиков, которым для проведения экспериментов, подтверждающих реальность их Мира, а значит и их самих, в силу способа их жития нужны системы отсчёта и часы, тикающие в этих системах отсчёта. Но основой для аксиоматики для Ю.Ф. Борисова, конечно же, является 4-мерный Мир событий.

Кратко Юрий Федорович так описал свой подход: «Если существует достаточно обширное множество инерциальных движений, евклидовости пространства, связанного с телом системы отсчёта, и верен принцип относительности Галилея для инерциальных движений, то имеет место альтернатива: либо все инерциальные системы отсчёта связаны с преобразованиями Галилея, либо все они связаны с преобразованиями Лоренца (тем самым – любое достоверно установленное противоречие с представлениями о пространстве и времени однозначно приводят к теории относительности, если не подвергать сомнению перечисленные выше предположения)» [3].

Свою хроногеометрию Ю.Ф. Борисов изложил в статье в 1978 г. Затем совершенствовал её в течение 40 лет (в трёх статьях, последняя [4] стала последней публикацией в его жизни). Его аксиоматика носит кинематический характер. Иначе говоря, он исходит из описания движения тел, точнее, он рассматривает инерциальные движения тел, которые используются как системы отсчёта, без выяснения причин, которые вызвали это движение. Как уже было сказано, основой для определения движений для него являются события, составляющие Мир событий $\mathcal{M} = \{x, y, ...\}$. Пространства появляются как наборы *одноместных* событий, т. е. это те события, которые происходят, происходили или произойдут в *одном месте* пространства; а время появляется как наборы *одновременных* событий.

Пространство привязано к «допустимому телу» системы отсчёта, находящемуся в инерциальном движении. Множество «допустимых тел» обозначено через $\mathcal{T}$. Если $T_1, T_2 \in \mathcal{T}$ и $T_1 \neq T_2$, то отношения одноместности в T_1, T_2 различны, а именно хотя бы одна частица T_2 меняет с течением времени своё место в теле T_1, т. е. T_2 движется относительно T_1.

Вводятся два бинарных предиката[4]:

1) $\Pi_T(x, y)$ – события x и y одноместны в системе отсчёта T;

2) $B_T(x, y)$ – события x и y одновременны в системе отсчёта T.

Тогда если $x \in \mathcal{M}$, то $x_{\Pi,T} = \{y \in \mathcal{M} | \Pi_T(x, y)\}$ и $x_{B,T} = \{y \in \mathcal{M} | B_T(x, y)\}$ являются классами событий, одноместных и соответственно одновременных с событием x.

Для всякого $T \in \mathcal{T}$ обозначим через

$$\Pi_T = \{x_{\Pi,T} | x \in \mathcal{M}\} \text{ и } B_p = \{x_{B,T} | x \in \mathcal{M}\}$$

– это множество, определяемых с помощью T мест и моментов местного времени всех событий, описанные на языке пространства событий $\mathcal{M}$.

[4]Мы меняем обозначения Ю.Ф. Борисова; нам они показались не совсем удачными.

Таким образом, **у нас появились (относительные, привязанные к системе отсчёта, к телу T) пространство и время**.

Если T^* – бесконечно простирающееся твёрдое тело, реализующее допустимое тело отсчёта T, то для наблюдателя, считающего тело T^* неподвижным, Π_T – множество точек окружающего пространства, а B_T – множество показаний часов, пребывающих в T^*.

Постулат Евклида. *Множества Π_T и B_T мест и моментов местного времени событий, определяемые допустимыми телами отсчёта $T \in \mathcal{T}$, наделены согласованными структурами 3-мерного евклидова пространства E^3 и ориентированного 1-мерного евклидова пространства E^1_+ соответственно. Получаем пространства $\Pi_T(E^3)$ и $B_T(E^1_+)$.*

Пусть $T \in \mathcal{T}$ и $\varkappa_\Pi$ – прямоугольная система координат с едиными масштабами на осях в $\Pi_T(E^3)$, а $\varkappa_B$ – декартова система координат в $B_T(E^1_+)$ с единичным масштабом и направлением оси, соответствующим ориентации пространства E^1_+.

Для любого $x \in \mathcal{M}$ положим $x_{\Pi,T} = (x, y, z)$, $x_{B,T} = t$, $\varkappa(x) = (x, y, z, t)$.

Отображение $\varkappa : \mathcal{M} \to \mathbb{R}^4$, заданное формулой $\varkappa(x) = (x, y, z, t)$ при любых x и фиксированных $T, \varkappa_\Pi$ и $\varkappa_B$, как легко заметить, является биекцией.

Всякую биекцию $\varkappa : \mathcal{M} \to \mathbb{R}^4$ указанного вида называем канонической системой координат в $\mathcal{M}$, соответствующей допустимому телу отсчёта T. Множество всех таких систем обозначаем через $K(T)$. Если $\varkappa \in K(T)$, $x \in \mathcal{M}$ и $\varkappa(x) = (x, y, z, t)$, то x, y, z называются пространственными координатами, а t – временной координатой события x в системе $\varkappa$.

Множество $\bigcup_{T\in\mathcal{T}} K(T)$ всех канонических систем координат в множестве событий $\mathcal{M}$ обозначаем через $\mathcal{K}$.

Как известно, множество $\{\varkappa' \circ \varkappa^{-1} | \varkappa', \varkappa \in \mathbb{K}\}$ в классической механике совпадает с множеством преобразований Галилея, а в механике теории относительности – с множеством лоренцевых преобразований, содержащих некоторую константу $c > 0$. Однако в обоих случаях верна следующая теорема, которую мы принимаем за постулат.

Постулат Галилея. *Для любых $T_1, T_2 \in \mathcal{T}$*

$$\{\varkappa_1 \circ \varkappa_2^{-1} | \varkappa_1 \in K(T_1), \varkappa \in K(T_2)\} = \{\varkappa_2 \circ \varkappa_1^{-1} | \varkappa' \in K(T_1), \varkappa \in K(T_2)\},$$

$$\{\varkappa_1 \circ \varkappa^{-1} | \varkappa_1 \in K(T_1), \varkappa \in \mathcal{K}\} = \{\varkappa_2 \circ \varkappa^{-1} | \varkappa_2 \in K(T_2), \varkappa \in \mathcal{K}\}.$$

Содержание этого постулата можно пересказать так: описание движений одного инерциального тела относительно другого не зависит от того, в каком из них находится наблюдатель, а описание движений всех инерциальных тел относительно одного из них не зависит от выбора последнего (центра вселенной).

Определение 1. Под *кинематикой* понимается пара $(\mathcal{M}, G^*(\mathcal{M}))$, где $G^*(\mathcal{M})$ – группа преобразований Мира событий $\mathcal{M}$, взаимно однозначно связанная с группой G всех преобразований $\varkappa_2 \circ \varkappa_1^{-1}$ канонических систем координат $\varkappa_2, \varkappa_2 \in \mathcal{K}$ условием

$$f \in G^*(\mathsf{M}) \Leftrightarrow (\varkappa_0 \in \mathcal{K} \Rightarrow \varkappa_0 \circ f \circ \varkappa_0^{-1} \in G).$$

Поэтому кинематикой можно называть также пару $(\mathcal{M}, G)$.

Определение 2. Кинематику $(\mathcal{M}, G)$ называем классической, если G – группа преобразований Галилея, и релятивистской, если G – группа Лоренца.

Теорема 1. *Кинематика, удовлетворяющая постулатам Евклида и Галилея, является либо классической кинематикой Галилея, либо релятивистской кинематикой Лоренца, и указанные возможности исключают друг друга.*

Ю.Ф. Борисов в своей последней статье [4] интересуется, можно ли, проводя эксперименты, обосновать исторический выбор в пользу релятивистской кинематики. Всегда, говоря об этом, ссылаются на опыт Майкельсона.

Линейное преобразование $\mathbb{R}^4$ с матрицей (a_{ij}), $i, j = 1, 2, 3, 4$, называем тривиальным, если матрица (a_{ij}), где $i, j = 1, 2, 3$, ортогональная, $a_{i4} = a_4 i = 0$ при $i = 1, 2, 3$ и $a_{44} = 1$.

Множество всех тривиальных преобразований обозначаем через $\mathbb{A}$.

Множество преобразований Галилея обозначим через Г, а лоренцевых – через $L(c)$. Легко убедиться, что

$$\Gamma \cap L(c) = \mathcal{A}.$$

Теорема 2. *Пусть $(\mathcal{M}, G)$ – кинематика, $\phi \in G \setminus \mathcal{A}$, (a_{ij}) – матрица ϕ, $P(\phi) = \sum_{j=1}^{3} a_{4j}^2$. Если $P(\phi) = 0$, то кинематика $(\mathcal{M}, G)$ классическая, а если $P(\phi) > 0$, то релятивистская.*

В силу ограниченной точности любых экспериментов возможность определения вида кинематики с помощью опыта накладывает на коэффициенты всякого линейного преобразования $\phi \in G \setminus \mathcal{A}$, где G – группа обнаруженного вида, следующее условие: никакое преобразование из $\widetilde{G} \setminus \mathcal{A}$, где $\widetilde{G}$ – группа другого вида, нельзя получить за счёт (достаточно) малых изменений коэффициентов рассматриваемого преобразования. Действительно, в противном случае не исключено, что более точный опыт даёт противоположный результат.

Согласно теореме 2 для всякого $f \in G \setminus \mathcal{A}$ число $P(f)$ служит индикатором кинематики $(\mathcal{M}, G)$. Так как $P(f)$ непрерывно зависит от коэффициентов преобразования f, то сформулированное выше необходимое условие экспериментальной распознаваемости вида кинематики с учётом ограниченной точности любых экспериментов равносильно принятию следующего постулата.

Постулат III. *Пусть $(\mathcal{M}, G)$ – кинематика, удовлетворяющая постулатам Евклида и Галилея. Тогда для всякого преобразования $f \in G \setminus \mathcal{A}$ найдётся такое $\varepsilon > 0$, что для любого преобразования $\hat{f} \in G \setminus \mathcal{A}$, удовлетворяющего условию $|P(f) - P(\hat{f}| < \varepsilon$, либо $P(f) = P(\hat{f}) = 0$, либо $P(f) > 0$ и $P(\hat{f}) > 0$.*

Теорема 3. *Кинематика $(\mathcal{M}, G)$, удовлетворяющая постулатам Евклида и Галилея, тогда и только тогда является релятивистской, когда она удовлетворяет и постулату III. При этом постоянная $c > 0$, фигурирующая в определении лоренцевых преобразований из $G = L(c)$, однозначно определена выбором единиц длины и местного времени, используемых в определении канонических систем координат в $\mathcal{M}$.*

Таким образом, отмечает Ю.Ф.Борисов, «согласно теореме 3 экспериментально распознаваемый вид кинематики предрешён, такая кинематика является релятивистской».

Юрий Федорович сдал в редакцию журнала свою последнюю работу 5 июня 2007 г., посвятив её своей умершей (2004) жене: «Светлой памяти Людмилы Глебовны Борисовой». Он покинул наш Мир 19 октября 2007 г., но вечно продолжает существовать в Мире событий.

***

Закончить статью, не сказав о том, кем был Юрий Федорович, было бы неправильно. Но рассказать о нём непросто. С.С. Кутателадзе (добавление к статье [4]) сумел это сделать так, что неуместно было бы что-то к этому добавлять:

«Учёные бывают разные. Есть учёные в башнях из слоновой кости и есть учёные безбашенные. Есть учёные с большой дороги, от бога и от природы. Есть учёные члены, многочлены и малочлены. Есть учёные краснобаи, баи и не очень. Есть учёные по убеждениям и есть учёные время от времени.

Юрий Федорович Борисов был учёным на холме. Такой никому не мешает, никогда не чванится и не пыжится, не оскорбляет других ни ненавистью, ни небрежением. Учёный на холме не отражает чужой свет, а любуется другими, даря всем собственные откровения и излучая внутреннее тепло. Борисов внёс свою лепту и в математику, и в её преподавание, сохраняя достоинство независимости и подавая примеры для подражания».

Литература

1. Гуц А.К. Хроногеометрия. Аксиоматическая теория относительности. М.: УРСС, 2012.
2. Александров А.Д. О парадоксе Эйнштейна в квантовой механике // Доклады АН СССР. 1952. Т. 84, № 2. С. 253–256.
3. Борисов Ю.Ф. Важное направление – хроногеометрия // Наука в Сибири. 12 января 1978 г.
4. Борисов Ю.Ф. Вывод релятивистской кинематики из постулатов классической механики и ограниченной точности мыслимых экспериментов // Сибирский журнал индустриальной математики. 2008. Т. 11, № 1. С. 23–36.

CHRONOGEOMETRY OF PROFESSOR Y.F. BORISOV

A.K. Guts
Dr.Sc. (Phys.-Math.), Professor, e-mail: aguts@mail.ru

Sochi State University, Sochi, Russia

Abstract. The remarkable Novosibirsk geometer Yu.F. Borisov would have turned 100 on June 15, 2025. The article describes his approach to the axiomatization of special relativity, which he has been developing for 40 years.

Keywords: Yu.F. Borisov, the World of events, chronogeometry, axiomatics, Special theory of relativity.

Дата поступления в редакцию: 12.04.2025