

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ
ФИЗИЧЕСКИЙ ФАКУЛЬТЕТ МГУ им. М.В. ЛОМОНОСОВА
ИНСТИТУТ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ
БИОФИЗИКИ РАН
ОТДЕЛЕНИЕ ОСНОВАНИЙ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ
ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ РОССИЙСКОЙ АКАДЕМИИ
ЕСТЕСТВЕННЫХ НАУК

ОСНОВАНИЯ ФУНДАМЕНТАЛЬНОЙ ФИЗИКИ И МАТЕМАТИКИ

Материалы VIII Российской конференции

Москва, РУДН, 12-14 декабря 2024 г.

Москва
Российский университет дружбы народов
2024

УДК 53:51(063)
ББК 22.3+22.1я431

О-75

О-75

Основания фундаментальной физики и математики:
материалы VIII Российской конференции (ОФФМ-2024) / под
ред. Ю.С. Владимирова, В.А. Панчелюги. – Москва: РУДН, 2024
— 314 стр.

ISBN 978-5-209-10967-9

Настоящий сборник содержит тезисы докладов, представленных на VIII Российской конференции «Основания фундаментальной физики и математики», которая проводилась 12–14 декабря 2024 года в Москве на базе Российского университета дружбы народов. Конференция продолжила серию одноименных конференций, проводившихся также в РУДН в 2017–2023 годах.

Конференция посвящена обсуждению оснований и проблем реляционного и теоретико-полевого миропониманий, а также философского осмысления современного состояния фундаментальной теоретической физики. Особое внимание в представленных докладах уделено следующим вопросам: анализу современных представлений о природе пространства и времени, обсуждению концепций описания физических взаимодействий, пределов применимости общепринятых понятий и принципов, интерпретации квантовой теории, проблем космологии и релятивистской астрофизики, взаимосвязей понятий и закономерностей микро- и мегамира, соотношений физики и математики.

ISBN 978-5-209-10967-9

© Коллектив авторов, 2024

© Российский университет дружбы народов, 2024

© Верстка: Панчелюга М.С.

СТРУКТУРЫ КУЛАКОВА И ОПИСАНИЕ ФИЗИКИ В ИНФИНИТОЗИМАЛЬНОМ АНАЛИЗЕ КОКА-ЛОВЕРА

А.К. Гуц

Сочинский государственный университет, г.Сочи, Россия
aguts@mail.ru

Дифференциальное исчисление было создано Ньютоном и Лейбницем для описания движения тел в пространстве. С их помощью 2-й закон Ньютона представляется в форме дифференциального уравнения

$$m\ddot{x} = F. \quad (1)$$

И хотя каждый физик заявит, что масса тела m , а также любые другие физические величины, измеряются лишь с определенной точностью, в самом уравнении этот важнейший факт никак не отражен. Математически принятие во внимание ошибки при измерении физической величины можно учесть, полагая, что, например, масса тела равна

$$m = m_0 + d, \quad (2)$$

где m_0 – некоторое фиксированное рациональное непериодическое число, отражающее уровень современного измерения массы тела, а d – численная величина, исчезающе малая, в которой скрыты ошибки измерений и потенциальная возможность их уточнения.

Величина d – это та самая бесконечно малая (инфинитозимальная) величина, с которой мучились математики весь XVII век, пытаясь разрешить проблемы определения производных и дифференциалов (флексий Ньютона). Проблема так и осталась неразрешенной, а попытки были прекращены с того момента, когда Коши ввел язык $\varepsilon - \delta$, с помощью которого появились корректные и всех устроившие определения предела, производной, и в итоге был построен современный математический анализ функций.

Имея физический закон (1) хотелось бы понять, как он возникает, и почему имеет именно такую математическую форму. Вопросы эти принципиальные, учитывая фундаментальный характер закона (1).

Ответ дал Ю.И. Кулаков [1], который пояснил, что в формуле (1) фундаментальной величиной является не масса, не сила F , а ускорение $a = \ddot{x}$. Если мы желаем иметь фундаментальный характер физического закона, то надо рассматривать не одно тело, а все тела в пространстве, каждое из которых индивидуально характеризуются массой m_i , $i = 1, \dots, M$ и которые оказываются по воздействию самых разнообразных природных



сил F_i ($i = 1, \dots, N$). Ускорения тела i под действием силы с номером j – это величина a_{ij} .

Фундаментальный физический закон, следствием которого является формула (1), имеет в данном случае вид

$$\begin{vmatrix} a_{i_1 j_1} & a_{i_1 j_2} \\ a_{i_2 j_1} & a_{i_2 j_2} \end{vmatrix} = 0, \quad (3)$$

при условии наличия фундаментальной симметрии: в формуле (3) пары $(i_k j_s)$ ($i_k = 1, \dots, M; j_s = 1, \dots, N$) могут любыми [1].

То, что формула (1) получается из (3), видно из того, что равенство (3) удовлетворяется, когда

$$a_{i_k j_s} = \frac{F_{i_k}}{m_{j_s}}. \quad (4)$$

Наша задача рассмотреть математический аппарат, который решает проблему использования «неизмеренных физических величин» за счет их описания в форме (2) и при этом сохраняет вывод закона типа (1) из закона Кулакова (3).

Для достижения нашей цели воспользуемся инфинитесимальным анализом, построенный датским математиком Андре Коком [2] и американским – Уильямом Ловером (см. [2, 3], на русском языке в [4]).

Анализ Кока-Ловера строится за счет расширения поля вещественных чисел $\mathbb{R}$ до кольца $\mathbf{R} = \mathbb{R} \cup D$, где

$$D = \{d : d^2 = 0\}.$$

В кольце $\mathbf{R}$ все функции дифференцируемы, поскольку принимается **аксиома Кока-Ловера**:

$$\forall (f \in R^D) \exists! (a, b) \in R \times R \forall d \in D (f(d) = a + b \cdot d),$$

где $D = \{x \in R : x^2 = 0\}$.

Из аксиомы Кока-Ловера следует, что если дана функция $f : R \rightarrow R$, то для каждой точки $x \in R$ существует единственное число, обозначаемое как $f'(x)$, такое, что

$$f(x + d) = f(x) + f'(x) \cdot d$$

для любого $d \in D$.

Тем самым мы дали определение производной $f'(x)$ функции $f : R \rightarrow R$ в точке $x \in R$. При этом остаются справедливыми традиционные правила дифференцирования и интегрирования функций.

Единственное о чем надо помнить, так это то, что в этом анализе не действует логический закон исключенного третьего: здесь логика интуиционистская.

Данная теория нуждается в интерпретации, и эта интерпретация не привычная теория множеств **Set**, а гладкие топосы [3], в которых инфинитизималы $d \in D$ представляются, например, гладкими функциями $d(a), a \in \mathbb{R}$, из кольца $C^\infty(\mathbb{R})/\{a^2\}$. Это означает, что если раскладывать функции $f(a)$ в ряд Тейлора, то следует отбрасывать все члены, содержащие степени a^k , начиная с $k = 2$. Иначе говоря, $d(a) = a$.

В анализе Кока-Ловера мы не можем делить на инфинитизималы. Поэтому мы не можем писать, что $a = F/m$, как это дано в формуле (4).

Однако, мы можем созрнить принцип Кулакова вывода закона (1), принимая вместо формулы (3) следующее выражение:

$$\begin{vmatrix} m_{i_1} a_{i_1 j_1} & m_{i_1} a_{i_1 j_2} \\ m_{i_2} a_{i_2 j_1} & m_{i_2} a_{i_2 j_2} \end{vmatrix} = 0, \quad (5)$$

которое удовлетворяется, если подставить вместо $m_i a_{ij} = F_j$. В принципе, если вдуматься, при измерении ускорения акселерометрами используются в той или иной форме «инертная масса», а это, в общем-то, говорит о том, что ускорение a_{ij} нельзя измерить «в чистую» – масса присутствует, и ее значение должна быть заранее известным при настройке прибора. Иначе говоря, формула (5) более предпочтительна, чем (3).

Таким образом, мы сохранили принцип Кулакова вывода физических законов, оставив за собой свободу перехода к новому математическому аппарату описания физических явлений. В данном мы убедились в этом на примере 2-го закона Ньютона. На таких примеров можно привести много, следуя работам Ю.И. Кулакова [1], Г.Г. Михайличенко и Ю.С. Владимиров [5].

Однако хотелось бы посмотреть, что дает для физики этот новый математический аппарат.

Для этого рассмотрим движение пружины, описываемое в классическом случае уравнением

$$m\ddot{x} = -kx + \Delta, \quad (6)$$

где мы взяли для силы выражение $F = -kx + \Delta$, $\Delta \in D$ считая, что сила также точно не измеряется. Теперь, полагая, что $m = m_0 + d$, $k = k_0 + d$, $d \in D$, мы имеем уравнение

$$(m_0 + d)\ddot{x} + (k_0 + d)x = \Delta, \\ \left(1 + \frac{1}{m_0}d\right)\ddot{x} + \left(\omega^2 + \frac{1}{m_0}d\right)x = \Delta, \quad \omega^2 = k_0/m_0. \quad (7)$$

Решение ищем в виде

$$x(t) = e^{i(\omega+\delta)t}, \quad \delta = \frac{1}{m_0}d.$$



Подставляем это в (7), имеем

$$\begin{aligned} -(1 + \delta)(\omega + \delta)^2 + (\omega^2 + \delta) &= \Delta, \\ -2\omega\delta - \omega^2\delta + \delta &= \Delta \quad \text{или} \quad (1 - 2\omega - \omega^2)\delta = \Delta. \end{aligned}$$

Последнее уравнение, конечно, говорит об одном типе ошибок измерения, что впрочем мы уже неявно полагали, выписывая выражения для m и k . Так это или нет, имеет смысл обсуждать, соглашаться или нет, но на данном этапе мы продемонстрировали возможности инфинитезимального анализа при решении задач физики.

Литература

- [1] Кулаков Ю.И. Теория физических структур. Новосибирск: Альфа Виста, 2003.
- [2] Kock A. Synthetic Differential Geometry. Cambridge University Press, 1981.
- [3] Moerdijk I., Reyes G.E. Models for Smooth Infinitesimal Analysis. Springer-Verlag, 1991.
- [4] Гуц А.К. Физика реальности. Омск: Изд-во «КАН», 2012. URL: <http://http://persons.univer.omsk.su/guts/grav/grav.pdf>
- [5] Владимиров Ю.М. Основания физики. М.: БИНОМ. Лаборатория знаний, 2015.