МИНИСТЕРСТВО ОБАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего профессионального образования ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сборник материалов Международной научной конференции

(Омск, 21 ноября 2014 г.)



А.К. Гуц, Л.А. Володченкова

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского

ТЕОРЕТИКО-КАТАСТРОФИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОСВЯЗИ «РАСТИТЕЛЬНОСТЬ-ПОЧВА» В ЛЕСНЫХ ЭКОСИСТЕМАХ

Почва относится к числу основных факторов, определяющих условия произрастания деревьев. Растительность и почвы связаны потоками энергии и вещества и совместно с животными и микроорганизмами формируют целостный лесной биогеоценотический покров. В [1] была предложена ярусно-мозаичная модель лесной экосистемы в виде дифференциального уравнения для продукции фитомассы с правой частью, описываемой в рамках математической теории катастроф. Взаимосвязь с почвой учитывалась посредством введения в правую часть в качестве внешнего параметра влажности почвы.

Предлагается следующая модель взаимосвязи «растительность-почва», расширяющая модель, предложенную в [1]:

$$\frac{dx}{dt} = -\frac{\partial}{\partial x}V(x, k, m, a, w),$$

$$\frac{dy}{dt} = \gamma \cdot [(p - p_0) - y^2]y - \delta \cdot (W - W_-)(W - W_+),$$

$$V(x, k, m, a, w) = \frac{\alpha}{6}(x - x_0)^6 + k(x - x_0)^4 + m(x - x_0)^3 + a(x - x_0)^2 + w(x - x_0),$$

$$k = -c_k(CI - CI_0), m = c_m(\frac{s^2}{\mu} - 1),$$

$$a = -c_a(VAH - VAH_0), w = c_w(W - W_0),$$

$$0 < W_- < W_0 < W_+,$$

где x — продукция фитомассы (т/га за год), y — мера плодородия почвы, CI — индекс конкуренции Вайса [1]; s^2/μ — коэффициент дисперсии, являющийся показателем равномерности

распределения деревьев в пространстве; если s^2/μ близко к нулю, то распределение регулярное, к единице — случайное, а чем более единицы, — тем мозаичнее; VAH — уровень антропогенной нагрузки на район [1], p — мера типа почво-образующей породы, W — влажность почвы, W_- — значение влажности почвы, которое характеризует нехватку воды, и, соответственно, W_+ — ее избыток, γ , δ — положительные константы, коэффициент $\alpha = \alpha_1 \alpha_2 \alpha_3 \alpha_4$, где α_j — доля фитомассы j-го яруса в фитомассе всего леса, c_k , c_m , c_a , c_w — постоянные коэффициенты. Величины CI_0 , VAH_0 , W_0 — это критические значения факторов, обозначающие границы экологической устойчивости фитоценоза.

Рассматривая стационарные равновесия для y, находим W = W(y,p). Подставляя это в первое уравнение, концентрируем внимание либо на равновесных состояниях для продукции, либо на ее динамике.

Первое уравнение описывает четырехъярусный лес. Добавление второго уравнения таким способом, как это мы предлагаем, сохраняет все результаты, полученные нами для теоретико-катастрофического описания четырехъярусного леса и подробно изложенные в [1].

Второе уравнение — упрощенное представление о плодородии почвы, учитывающее только два фактора: тип почвообразующей породы и влажность почвы. Их изменение может привести к скачкообразному изменению плодородия почвы и это мы смоделировали, вводя в правую часть уравнения катастрофу типа «сборка». В точке (p_0, W_-) происходит катастрофа падения плодородия, связанная с нехваткой воды в почве, а в точке (p_0, W_+) — катастрофа падения плодородия при избытке влаги.

Литература

1. *Гуц А.К.*, *Володченкова Л.А.* Кибернетика катастроф лесных экосистем. Омск: КАН, 2012. 220 с.