

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сборник материалов
VII Международной научной конференции,
посвященной памяти С.С. Ефимова

(Омск, 22 ноября 2019 г.)

© ФГБОУ ВО «ОмГУ им. Ф.М. Достоевского», 2020

ISBN 978-5-7779-2458-2



2020

Л.А. Володченкова, А.К. Гуц*Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского,
г. Омск, Россия***МАТЕМАТИЧЕСКОЕ ОПИСАНИЕ ВТОРИЧНОЙ СУКЦЕССИИ
ЕЛОВОГО ЛЕСА**

Вторичная сукцессия – это последовательная смена фитоценозов, которая осуществляется на участке, где ранее существовавший растительный покров был уничтожен. В качестве примера вторичной сукцессии обычно приводят ельник, уничтоженный пожаром. На занимаемой им ранее территории сохранилась почва и семена. Травяное сообщество образуется уже на следующий год. В случае влажного климата доминирует ситник, затем он сменяется малиной, а она – осинкой; сухом климате преобладает вейник, он сменяется шиповником, шиповник берёзой. Под покровом осинового или берёзового леса развиваются растения ели, со временем вытесняющие лиственные породы. Восстановление темнохвойного леса происходит примерно за 100 лет.

Мы продемонстрируем, каким образом можно математически описать динамику вторичной сукцессии, воспользовавшись работой [1].

Обозначим через X_0 , X_1 – X_4 фитомассу соответственно семян (и сажи), трав, кустарника, елей, осины/берёзы. Выделим два управляющих фактора: фактор u_1 – это отрицательное влияние плотного полога ельника на травы, фактор u_2 – создание условий в лиственном лесу для роста ельника. Взаимодействие между этими переменными представим в виде диаграммы (рис. 1), которой соответствует следующая система дифференциальных уравнений [1]:

$$\begin{aligned}\frac{dX_1}{dt} &= \alpha_0 X_0 X_3^{g_{13}} - \beta_1 X_1^{h_{11}}, & \frac{dX_2}{dt} &= \alpha_2 X_1^{g_{21}} - \beta_2 X_2^{h_{22}}, \\ \frac{dX_3}{dt} &= \alpha_{3_0} X_2^{g_{32}} - \beta_3 X_3^{h_{33}} X_4^{h_{34}}, & \frac{dX_4}{dt} &= \alpha_{4_0} X_1^{g_{41}} - \beta_4 X_4^{h_{44}}.\end{aligned}$$

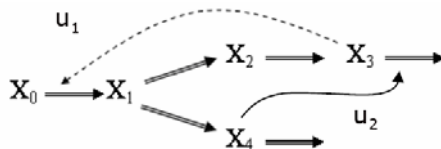


Рис. 1. Общий разветвленный путь с четырьмя зависимыми переменными, одним постоянным источником X_0 и двумя управляющими факторами u_1 , u_2

При этом полагаем, что $\alpha_1 = \alpha_0 X_0$ и

$$\alpha_1 = 12, \quad g_{13} = -0,8, \quad \beta_1 = 10, \quad h_{11} = 0,5$$

$$\alpha_2 = 8, \quad g_{21} = 0,5, \quad \beta_2 = 3, \quad h_{22} = 0,75$$

$$\alpha_3 = 3, \quad g_{32} = 0,75, \quad \beta_3 = 5, \quad h_{33} = 0,5, \quad h_{34} = 0,2$$

$$\alpha_4 = 2, \quad g_{41} = 0,5, \quad \beta_4 = 6, \quad h_{44} = 0,8$$

Интегральные кривые приведенной системы дифференциальных уравнений при $X_0 = 0,6$ и начальных данных $X_1 = 1,4$, $X_2 = 2,7$, $X_3 = 1,2$, $X_4 = 0,4$ показаны на рис. 2.

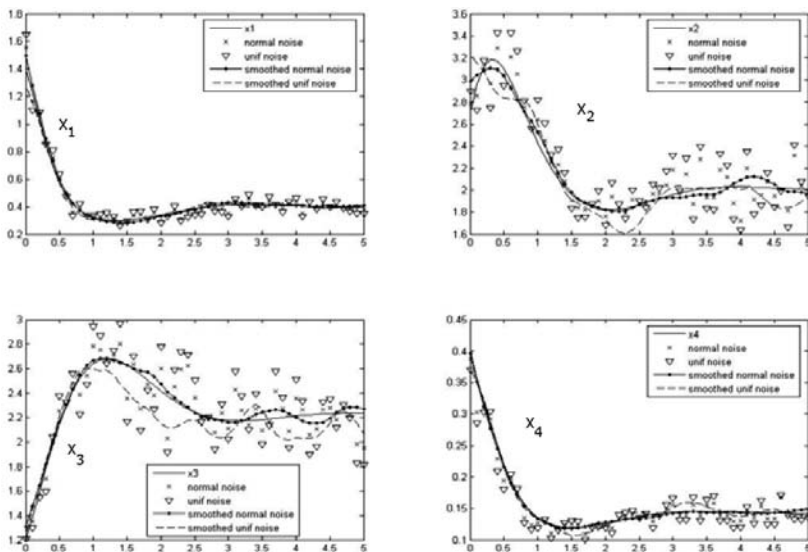


Рис. 2. Динамика переменных [1]

Мы видим, что со временем ель X_3 становится доминирующим видом, а осина/береза X_4 вытесняется. При этом трава X_1 и кустарники X_2 (две верхние картинки) исчезают, поскольку они оказываются прикрытыми плотным пологом елей.

Литература

1. *Morino S., Voit E.O.* An automated procedure for the extraction of metabolic network information from time data // Journal of Bioinformatics and Computational Biology. 2006. № 4 (3). P. 665–691.