Вестн. Ом. ун-та. 2012. № 2. С. 83–87.

УДК 530.12:531.51

А.К. Гуц

АНТИГРАВИТАЦИЯ В КЛАССИЧЕСКОЙ И ИНТУИЦИОНИСТСКОЙ ТЕОРИЯХ ГРАВИТАЦИИ

Показано, что общая теория относительности и ее интуиционистское обобщение описывают не только явление гравитации (притяжение), но и антигравитации (отталкивание), которые являются проявлением искривлености пространства-времени. Приводится семейство пространств-времен, т. е. семейство 4-мерных бран в 5-мерном балке, в которых при движении в балке сила гравитации меняет знак, т. е. притяжение заменяется на отталкивание.

Ключевые слова: антигравитация, общая теория относительности, интуиционистская теория гравитации.

Физика развивалась как наука о материи, которая обладает универсальным свойством, именуемым гравитацией, т. е. взаимным тяготением, притяжением тел.

Однако для физика, считающего для себя важным время от времени философски вглядываться в природу вещей, картина Природы, допускающей только притяжение тел без возможности их отталкивания, представлялась неполной.

Фридрих Энгельс в книге «Диалектика природы», о которой хорошо отозвался Эйнштейн, писал: «Обыкновенно принимается, что *тяжесть есть наиболее всеобщее определение материальности*, т. е., что притяжение, а не отталкивание есть необходимое свойство материи. Но притяжение и отталкивание столь же неотделимы друг от друга, как положительное и отрицательное, и поэтому уже на основании самой диалектики можно предсказать, что истинная теория материи должна отвести отталкиванию такое же важное место, как и притяжению, и что теория материи, основывающаяся только на притяжении, ложна, недостаточна, половинчата» [1, с.193].

Что говорит физика о гравитации и антигравитации в начале XXI в.?

1. Гравитация

Под *гравитацией* имеется ввиду свойство тел притягивать друг друга.

Ньютон писал: «Под словом “притяжение” я разумею здесь вообще какое бы то ни было стремление тел к взаимному сближению, происходит ли это стремление от действия самих тел, которые или стараются приблизиться друг к другу, или которые приводят друг друга в движение посредством испускаемого эфира, или это стремление вызывается эфиром или воздухом, или вообще какою-либо средою, материальною или нематериальною, заставляющей погруженные в нее тела приводить друг друга в движение» [2, с. 244]. Причину «свойств силы тяготения я до сих пор не мог вывести из явлений, гипотез же я не измышляю. Все же, что не выводится из явлений, должно называться гипотезою, гипотезам же метафизическим, физическим, механическим, скрытым свойствам, не место в экспериментальной философии. В такой философии предложения выводятся из явлений и обобщаются помощию наведения. Так были изучены непроницаемость, подвижность и напор тел, законы движения и тяготение. Довольно того, что тяготение на самом деле существует и действует согласно изложенным нами законам, и вполне достаточно для объяснения всех движений небесных тел и моря» [2, с. 662].

М.В. Ломоносов в свое время возражал против теории гравитации Ньютона поскольку не мог согласиться, что одно тело действует на другое на расстоянии без каких-либо промежуточных агентов. Он говорил о том, что причиной проявления притяжения является «тяготительная материя», наполняющая Вселенную. Взаимодействие частиц этой материи с телами и вызывает эффект тяготения друг к другу. В 1782 г. Ж. Лесаж предположил, развивая мысль Ломоносова, что всю вселенную заполняют бесчисленные очень малые «мировые» частицы. Они двигаются хаотически во всех направлениях с очень большими скоростями и при соударении с телами передают им свой импульс. Тела являются друг для друга экраном от этих частиц и разница переданных импульсов создает силу тяготения этих тел.

В какой-то мере Ломоносов и, особенно, Лесаж предугадали, что квантами гравитационного взаимодейстбтя являются гравитоны и гравитино.

2. Классическая теория гравитации Эйнштейна

Общая теория относительности (далее – ОТО) создавалась Эйнштеном как теория гравитации, т. е. притяжения.

Основой ОТО являются уравнения Эйнштейна[1]

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}. \qquad (1)$$

Общая теория относительности трактует гравитацию как кривизну пространства-времени. Потенциалы гравитационного поля g_{ik}, а их десять, – это метрика пространства-времени, или, на языке дифференциальной геометрии, – первая квадратичная форма, с помощью которой измеряются длины мировых линий, площади и объемы областей, (внутренняя) кривизна.

ОТО дает объяснение природе гравитации (притяжению), говоря, что мы наблюдаем *силу притяжения,* поскольку тело оказывается в точке пространства-времени с ненулевой кривизной. Кривизна пространства-времени и есть причина гравитации[2].

Поскольку никто не наблюдал падающих вверх вещей, то вопрос, может ли кривизна проявиться как отталкивание, как-то выпадал из внимания. Все силы исследователей были направлены на проблемы *тяготеющей материи*, и хотя сам Эйнштейн, вводя космологическую постоянную Λ и записывая уравнения поля в более общем виде

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik} R + \Lambda g_{ik} = \frac{8\pi G}{c^4} T_{ik}, \qquad (2)$$

ввел в теорию антигравитацию на большом расстоянии, а Гильберт [4–6] и Бауэр [7] обнаружили ее на малых расстояниях, все эти странные, непривычные проявления кривизны не считались характерными для общей теории относительности и поэтому не включались в учебники.

Обнаружение *темной энергии*, т. е. *антитяготеющей* материи говорит нам о том, что общая теория относительности не есть теория только тяготеющей материи, а есть теория пространства, времени и материи. Материя искривляет пространство-время и кривизна проявляется то как притяжение, то как отталкивание.

Источником гравитации являются вещество и поля; источником антигравитации – космологическая постоянная и темная энергия. Уравнения Эйнштейна связывают кривизну пространства-времени с материей (вещество и поля, темная материя, космологическая постоянная и темная энергия). Поэтому кривизна проявляется или как гравитация (притяжения), или как антигравитация (отталкивание).

Тем самым Эйнштейн построил теорию пространства, времени и материи, о необходимости которой писал философ-диалектик Энгельс.

2.1. Антигравитация

Под *антигравитацией* имеется ввиду свойство тел отталкивать друг друга. Иначе говоря, явление отдаления одного тела от другого. Причем это отталкивание никоим образом не обязано наличию у этих тел одноименного электрического заряда.

2.2. Космологическая антигравитация

Эйнштейн ввел в общую теорию относительности космологическую постоянную в 1917 г. при построении модели Вселенной. Вселенная, по мнению Эйнштейна, должна была быть статичной и пространственно замкнутой. Для того чтобы получить нужную модель, ему пришлось подправить уравнения гравитационного поля, добавляя к ним член $g_{ik}\Lambda$.

Модифицированные уравнения поля были записаны в виде (2).

Космологическая постоянная означала наличие отрицательного давления, сказывающегося на больших расстояниях и *препятствующего гравитационному сжатию материи* во Вселенной. Другими словами, космологическая постоянная означала *наличие антигравитационных сил на больших расстояниях.*

Позже, благодаря статье Фридмана, в которой были найдены нестационарные модели Вселенной с расширяющимся пространством, Эйнштейн отказался от необходимости учитывать космологическую постоянную.

2.2.1. Модель Вселенной Фридмана

Однородная и изотропная Вселенная может быть описана нестационарной (т. е. зависящей от времени) метрикой специального вида (так называемая метрика Фридмана–Робертсона–Уокера)

$$ds^2 = c^2dt^2 - a^2(t)\times$$
$$\times\left(\frac{dr^2}{1-Kr^2} + r^2d\theta^2 + r^2\sin^2\varphi\, d\varphi^2\right), \quad (3)$$
$$K = -1, 0, +1,$$

где постоянная k определяет одну из трех возможных геометрий пространства (плоское $K=0$, постоянной положительной кривизны, $K=+1$, постоянной отрицательной кривизны $K=-1$), а функция $a(t)$ – масштабный фактор, зависящая от времени величина.

Подставляя метрику (3) в уравнения Эйнштейна (2) с тензором энергии-импульса для идеальной жидкости в правой части:

$$T_{ik} = (c^2\rho + p)u_u u_k - pg_{ik}, \quad (4)$$

получаем *уравнения Фридмана* для эволюции масштабного фактора:

$$\left(\frac{\dot a}{a}\right)^2 = \frac{8\pi G\rho}{3} - \left(\frac{Kc^2}{a^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3}, \quad (5)$$

$$\frac{\ddot a}{a} = -\frac{4\pi G}{3}\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right) + \frac{\Lambda c^2}{3} \quad (6)$$

и уравнение неразрывности:

$$\frac{d\rho}{dt} = -5H\left(\rho + \frac{3p}{c^2}\right), \quad (7)$$

где $H \equiv \dot a/a$ – <<постоянная>> Хаббла.

2.2.2. Статичная Вселенная Эйнштейна

В случае статичной Вселенной, так как когда $a = const$ и $\Lambda = 0$ имеем $H = \dot a/a = 0$, $\ddot a/a = 0$ и

$$\rho = -3p = \frac{3k}{8\pi Gc^2}. \quad (8)$$

Из (8) следует, что либо ρ, либо p отрицательно.

Эйнштейн, строя в 1917 г. модель статической Вселенной, чтобы обеспечить положительность ρ и p, ввел в уравнения поля космологическую постоянную. Тогда при $p=0$ и $\Lambda \neq 0$ из уравнений (5), (6) вытекает, что

$$\rho = \frac{\Lambda c^2}{4\pi G}, \quad \Lambda = \frac{K}{a^2}. \quad (9)$$

Поскольку $\rho > 0$, то $\Lambda > 0$. Значит $K = +1$, т. е. пространство является 3-мерной сферой с радиусом $a = 1/\sqrt{\Lambda}$.

Тяготение стремится собрать все вещество в точку, но мы имеем радиус Вселенной неизменным. Следовательно, космологическая постоянная обеспечивает противодействие притяжению и действует как антигравитация.

2.3. Гильбертово отталкивание

В 1917 г. Гильберт сделал выдающееся открытие – он обнаружил *гравитационное отталкивание* в поле Шварцшильда [4– 6]. Удивительно, но об этом никогда не упоминается в многочисленных учебниках по общей теории относительности.

Радиальная компонента уравнений геодезических в пространстве-времени Шварцшильда

$$ds^2 = \left(1-\frac{2m}{r}\right)dt^2 - \frac{dr^2}{\left(1-\frac{2m}{r}\right)} -$$
$$-r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta d\varphi^2), \quad (10)$$

где $m = GM/c^2$

имеет вид $(\alpha = 2m)$:

$$\frac{d^2r}{dt^2} - \frac{3\alpha}{2r(r-\alpha)}\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 + \frac{\alpha(r-\alpha)}{2r^3} = 0. \quad (11)$$

Запишем первый интеграл:

$$\left(\frac{dr}{dt}\right)^2 = \left(\frac{r-\alpha}{r}\right)^2 + A\left(\frac{r-\alpha}{r}\right)^3, \quad (12)$$

где константа A отрицательна для массивной пробной частицы и равна нулю для фотона.

Уравнение (11) показывает, что радиальное ускорение либо отрицательно, либо положительно. Другими словами, гравитация (кривизна) действует либо как притяжение к центру $r=0$, в котором находится точечный источник m гравитационного поля, либо как отталкивание от центра в зависимости от абсолютной величины скорости частицы.

Если

$$\left|\frac{dr}{dt}\right| < \frac{1}{\sqrt3}\frac{r-\alpha}{r}, \quad (13)$$

то имеет место притяжение, а если

$$\left|\frac{dr}{dt}\right| > \frac{1}{\sqrt3}\frac{r-\alpha}{r} \quad (14)$$

– наблюдается *отталкивание.*

3. Интуиционистская теория гравитации

В [8] была предложена теория гравитации, основанная на неклассическом дифференциальном исчислении Кока-Ловера.

Переход от классического дифференциального и интегрального исчисления к анализу Кока-Ловера означает переход от классической двузначной логики к интуиционистской логике.

Место поля вещественных чисел IR занимает коммутативное кольцо R, элементами которого кроме вещественных чисел являются бесконечно малые величины (инфинитезималы).

Теория множеств не может уже служить способом интерпретации объектов такой теории, и приходится использовать теорию топосов. Топосные модели представляют окружающий нас Мир более многогранным, многовариантным, наделенным новыми физическими свойствами. В топосной модели каждая физическая величина размножается, предстает в бесчисленном количестве классических вариантов. Иначе говоря, Мир, Вселенная предстает в бесчисленном количестве вариантов, каждый из которых подчинен классической логике. Интуиционизм теории проявился во множественности вселенных. Это соответствует семантике Крипке.

Таким образом, предлагаемая интуиционистская теория гравитации является теорией гравитации Мультиверса (multiverse), т. е. теорий, в которой Мир описывается как бесконечное множество взаимодействующих вселенных (universes).

В топосе $Sets^{L^{op}}$, где L – категория гладких колец вида $\ell A = C^\infty(\mathrm{IR}^m)/I$, I – конечно-порожденный идеал, каждый вариант интуиционистской физической величины v описывается с помощью классической величины $v(\ell A)$, относящейся к гладкому кольцу ℓA. Это называется «величиной v в стадии ℓA».

Бесконечно малые величины, инфинитезималы, – это элементы объекта $D = \{d : d^2 = 0\}$, которые могут быть проинтерпретированы в *стадии* $C^\infty(\mathrm{IR}^m)/I$ как гладкие функции $d(a) \in C^\infty(\mathrm{IR}^m)$, $d^2(a) \in I$.

Какая физика может нас ожидать, если мы рассмотрим уравнения Эйнштейна, в правой части которых стоит бесконечно малая (инфинитезимальная) плотность материи?

3.1. Решение уравнений Эйнштейна

Рассмотрим интуиционистские уравнения Эйнштейна с ненулевым *почтивакуумным* тензором энергии-импульса:

$$R_{ik} - \frac{1}{2} g_{ik}(R - 2\Lambda) = \frac{8\pi G}{c^2}\rho \cdot u_i u_k, \quad (15)$$

$$g_{ik} u^u u^k = 1,$$

где плотность материи $\rho = d \in D$ – произвольно взятый инфинитезимал.

Неклассическая плотность вакуумной материи согласуется с привычным занулением правой части уравнений Эйнштейна в случае вакуума в общей теории относительности, поскольку в классическом случае $d = 0$.

Неклассическое сферически-симметричное решение уравнений с инфинитезимальной плотностью материи ρ имеет вид

$$ds^2 = \left(1 + \frac{(\kappa c^2 \rho - 2\Lambda) r^2}{6}\right) dt^2 -$$

$$-\left(1 - \frac{(\Lambda + \kappa c^2 \rho) r^2}{3}\right)^{-1} dr^2 - r^2(d\theta^2 + \sin^2\theta \cdot d\varphi^2),$$

$$u^i = \left(\frac{1}{\sqrt{1 + \frac{(\kappa c^2 \rho - 2\Lambda) r^2}{6}}}, 0, 0, 0\right),$$

$$2\Lambda\rho = \kappa c^2 \rho^2, \quad \kappa = 8\pi G / c^4,$$

Λ – необратимая величина кольца R.

В стадии $1 = \ell C^\infty(\mathrm{IR})/(x)$ эта метрика совпадает с метрикой пространства-времени Минковского. Грубо говоря, неклассический «пылевидный» вакуум имеет «бесконечно малое» слабое гравитационное поле.

Это решение в стадии $D_p = \ell C^\infty(\mathrm{IR})/\{a^{p+1}\}$ принимает вид:

$$g_{00}(a) \;=\; 1 + \sum_{k=1}^{p} \frac{(\kappa c^2 \rho_k - 2\Lambda_k)}{6} \cdot r^2 a^k,$$

$$g_{11}(a) \;=\; -\left[1 - \sum_{k=1}^{p} \frac{(\kappa c^2 \rho_k + \Lambda_k)}{3} \cdot r^2 a^k\right]^{-1}, \quad (16)$$

$$g_{22}(a) \;=\; -r^2, \; g_{33}(a) = -r^2 \sin^2\theta.$$

Оно удовлетворяет уравнениям

$$R_{ik}(a) - \frac{1}{2} g_{ik}(a)[R(a) - 2\Lambda(a)] =$$

$$= \frac{8\pi G}{c^2} \rho(a) \cdot u_i(a) u_k(a) mod(a^{p+1}), \quad (17)$$

где

$$\Lambda(a) = \sum_{k=1}^{p} \Lambda_k a^k, \; \rho(a) = \sum_{k=1}^{p} \rho_k a^k.$$

3.2. Антигравитация

Для решения Шварцшильда-Котлера (16) *в стадии* $\ell C^\infty(\mathrm{IR})/\{a^3\}$, когда Λ, ρ зависят только от одной переменной, например, от $a \in \mathrm{IR}$ [1, с. 295], рассматривая случай $\Lambda = \Lambda_1 a, \rho = \rho_2 a^2$, имеем

$$g_{00}(a) = 1 + \frac{1}{6}(\kappa c^2 \rho_2 a - 2\Lambda_1) a r^2.$$

Тогда гравитационная сила в постоянном поле [9, с. 327]

$$f_\alpha = \frac{mc^2}{\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}} \left\{ -\frac{\partial}{\partial x^\alpha} \ln\sqrt{g_{00}} + \right.$$

$$\left. + \sqrt{g_{00}} \left[\frac{\partial}{\partial x^\beta}\left(\frac{g_{0\alpha}}{g_{00}}\right) - \frac{\partial}{\partial x^\alpha}\left(\frac{g_{0\beta}}{g_{00}}\right) \right] \frac{v^\beta}{c} \right\},$$

действующая на пробную частицу, равна

$$f_r = -\frac{mc^2}{6\sqrt{1 - v^2/c^2}} \frac{\left[\kappa c^2 \rho_2 a - 2\Lambda_1\right] ar}{\left[1 + \frac{1}{6}(\kappa c^2 \rho_2 a - 2\Lambda_1) a r^2\right]},$$

по $mod(a^3)$,

$$f_\varphi = f_\theta = 0.$$

Следовательно[3],

$$f_r = -\frac{mc^2}{6\sqrt{1 - v^2/c^2}} \left[\left(\kappa c^2 \rho_2 - \frac{2}{3}\Lambda_1^2 r^2\right) a - 2\Lambda_1\right] ar,$$

$$f_\varphi = f_\theta = 0.$$

Пусть $\rho_2 > 0$, т. е. плотность материи положительна.

Если $r \neq c\sqrt{(3/2)\kappa\rho_2}/|\Lambda_1|$, то на каждой сфере радиуса r при переходе изменяющегося параметра a через значение $a(r) = 2\Lambda_1/(\kappa c^2\rho_2 - 2/3\Lambda_1^2 r^2)$ направление вектор-силы f меняется на противоположное, т. е. гравитационное притяжение заменятся на гравитационное отталкивание.

На сфере $r = c\sqrt{(3/2)\kappa\rho_2}/|\Lambda_1|$ гравитация переходит в антигравитацию при переходе a через значение $a = 0$.

Таким образом, можем наблюдать антигравитацию для любого $r > 0$.

***

Заметим, что метрику (16) можно рассматривать в рамках классической теории гравитации, гравитационная сила, действующая на пробное тело, для которой вычисляется также с помощью формул, данных для f_r, f_φ, f_θ.

В этом случае очевидно, что можно подобрать функции $\Lambda = \Lambda_1 a, \rho = \rho_2 a^2$ так, что $\rho_2 > 0$, а f_r меняет знак в точках $a = 0$ и $a = 2\Lambda_1/(\kappa c^2\rho_2)$ внутри обширной пространственной области с радиусом $r < c\sqrt{6\kappa\rho_2}/|\Lambda_1|$[4], т. е. притяжение к центру $r = 0$ заменяется отталкиванием от центра $r = 0$, причем плотность материи, представляющая собой покоящуюся пыль, всегда положительна.

При переходе через $a = 0$ меняет знак космологическая постоянная, и наблюдаемую смену гравитации на антигравитацию можно расценивать как проявление космологического отталкивания. Но при переходе через точку $a = 2\Lambda_1/(\kappa c^2\rho_2)$ космологическая постоянная сохраняет знак, а значит мы имеем иной тип антигравитации.

Если $r > c\sqrt{6\kappa\rho_2}/|\Lambda_1|$, то знаменатель выражения для f_r остается положительным при

$$a > a_+(r) = \frac{1}{\kappa c^2\rho_2}[\Lambda_1 + \sqrt{\Lambda_1^2 - (6\kappa c^2\rho_2/r^2)}]$$

или

$$a < a(r) = \frac{1}{\kappa c^2\rho_2}[\Lambda_1 - \sqrt{\Lambda_1^2 - (6\kappa c^2\rho_2/r^2)}].$$

При $\Lambda_1 > 0$ имеем $a_+(r) < 2\Lambda_1/(\kappa c^2\rho_2)$. Следовательно, для любого $r > c\sqrt{6\kappa\rho_2}/\Lambda_1$ параметр a, изменясь в некотором (достаточно малом) интервале

$$(2\Lambda_1/(\kappa c^2\rho_2) - \varepsilon(r), 2\Lambda_1/(\kappa c^2\rho_2) + \varepsilon(r))$$

изменит знак величины f_r, меняя тем самым притяжение на отталкивание.

При $\Lambda_1 < 0$ имеем $2\Lambda_1/(\kappa c^2\rho_2) < a_-(r)$. Следовательно, для любого $r > c\sqrt{6\kappa\rho_2}/\Lambda_1$ параметр a, изменясь в том же интервале, также поменяет знак гравитационной силы.

***

Параметр a, как в классическом случае, так и в интуиционистском, можно рассматривать как 5-ю координату. Получаем, что при смене браны по мере продвижения в 5-мерном балке гравитация заменяется на антигравитацию. Уравнение для балка в интуиционистской теории гравитации — это уравнения для физических констант, зависящих от a [8]. В классическом случае прибегают, как правило, к многомерным обобщениям общей теории относительности.

ПРИМЕЧАНИЯ

1 Впервые точный вид уравнений гравитационного поля нашел Гильберт, выписав их в открытке, посланной Эйнштейну.

2 Впрочем, Мак-Витти считал, что сказать, «что тяготение есть проявление кривизны четырехмерного геометрического многообразия, это значит объяснить некоторую тайну с помощью загадки и придать физическое значение одной из математических функций, полезной при описании физической ситуации» [3, с. 24]. Иначе говоря, кривизна, по его мнению, как и поле, например, гравитационное, – это не более чем вспомогательное средство при вычислениях [3, с. 25].

3 Используется формальная формула: $\dfrac{1}{1-a} = 1 + a + a^2 + a^3 + ... = 1 + a + a^2(\mathrm{mod}(a^3)).$

4 Неравенство получено как условие положительности знаменателя в формуле для f_r при любом a.

ЛИТЕРАТУРА

[1] *Энгельс Ф.* Диалектика природы. М. : Государственное издательство политической литературы, 1953.

[2] *Ньютон И.* Математические начала натуральной философии. М. : Наука, 1989.

[3] *Мак Витти Дж.* Общая теория относительности и космология. М. : ИЛ, 1961.

[4] *Hilbert D.* Die Grundlagen der Physik // Gцttinger Nachr. 1915. S. 395 (Erste Mitteilung, vorgelegt am 20. Nov. 1915).

[5] *Hilbert D.* Die Grundlagen der Physik // Math. Annalen. 1924. B. 92. S. 1–32.

[6] *Hilbert D.* Gesammelte Abhandlungen. Berlin: Dritter Band (Verlag von J. Springer), 1935. P. 258.

[7] *Bauer H.* Mathematische Einfьhrung in die Gravitationstheorie Einsteins. Leiptzig, 1922.

[8] *Гуц А. К.* Элементы теории времени. М. : Издательство ЛКИ, 2011.

[9] *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория поля. М. : ФМ, 1967.