Математические структуры и моделирование
2014. №2(30). С. 49–61

УДК 004.9:631.4+519.83

ЗАЩИТА ЛЕСА КАК СТОХАСТИЧЕСКАЯ ИГРА

А.К. Гуц
д.ф.-м.н., профессор, e-mail: guts@omsu.ru
Л.А. Володченкова
к.б.н., e-mail: Volodchenkova2008@yandex.ru

Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского

Аннотация. Предлагается планирование мероприятий по защите леса рассматривать как стохастическую игру с «природой» в рамках математической теории игр.

Ключевые слова: лес, защита леса, теория игр, стратегии.

Защита лесных насаждений является важной задачей лесных управлений регионов. Любое лесозащитное мероприятие требует финансовых вложений, и естественно, соответствующие денежные инвестиции должны быть эффективно потрачены. В статье [1] предложено использовать теорию матричных игр для принятия решений, касающихся планирования мероприятий по защите леса. В этой статье мы используем более сложную модель принятия решений, основанную на теории стохастических игр [2–4].

1. Стохастические игры

Стохастическая игра — это многошаговая игра, в которой имеется несколько игровых состояний, и переход от одного состояния к другому совершается с определённой вероятностью. Игроки совершают действия.

В начале каждого шага игра находится в некотором состоянии. Игроки выбирают свои действия и получают выигрыши, зависящие от текущего состояния и действий. После этого система переходит случайным образом в другое состояние, распределение вероятности переходов зависит от предшествующего состояния и действий игроков. Эта процедура повторяется в течение конечного или бесконечного числа шагов.

При конечном числе игроков, конечных множествах действий и состояний игра с конечным числом повторений всегда имеет равновесие Нэша.

На каждом шаге игры предусматриваются выигрыши. В стохастической игре возможны возвращения к предшествующей позиции.

С целью предотвращения бесконечного продолжения игры и бесконечно большого выигрыша вводится правило, по которому задаются такие переходные вероятности, чтобы бесконечное продолжение игры имело вероятность нуль, а математическое ожидание выигрыша было конечным.

Стохастическая игра с двумя игроками [3, 4] — это кортеж

$$(S, A^1, A^2, Q, R^1, R^2, \beta),$$

где

$S = \{s_1 ..., s_N\}$ — множество состояний игры;

$A^k = \{\alpha_1^k, ..., \alpha_{M^k}^k\}$, $k = 1, 2$ — набор действий игрока P_k. Набор действий A_s^k для игрока P_k в состоянии s — это подмножество множества A^k, то есть, $A_s^k \subset A^k$ и $\bigcup_{s\in S} A_s^k = A^k$. $M^k = card(A^k) = |A^k|$;

$Q : S \times A^1 \times A^2 \times S \to [0, 1]$ — переходная функция состояний, и $R^1 : S \times A^1 \times A^2 \to \mathbb{R}$, $R^2 : S \times A^1 \times A^2 \to \mathbb{R}$ — выигрышные функции игроков;

β, $0 < \beta \leq 1$ — коэффициент обесценивания (дисконтирования, discount), обесценивающий будущие вознаграждения, то есть, при каждом переходе в новые состояния вознаграждение уменьшается в β раз от его полной стоимости в текущем состоянии.

В игру играют следующим образом:

• В момент дискретного времени $t \in [0, N]$ игра находится в состоянии $s_t \in S$.

• Игрок P_1 выбирает действие $a_t^1 \in A^1$, и игрок P_2 выбирает действие $a_t^2 \in A^2$. Игрок P_1 тогда получает вознаграждение $r_t^1 = R^1(s_t, a_t^1, a_t^2)$, и игрок P_2 получает вознаграждение $r_t^2 = R^2(s_t, a_t^1, a_t^2)$.

• Игра затем переходит в новое состояние s_{t+1} с условной вероятностью $P(s_{t+1}|s_t, a_t^1, a_t^2)$, равной $Q(s_t, a_t^1, a_t^2, s_{t+1})$.

1.1. Стационарные стратегии

Пусть

$$\Omega^n = \{(p_1, ..., p_n) \in \mathbb{R}^n : \sum_{i=1}^n p_1 = 1,\ p_i \geq 0\}.$$

Стационарная стратегия игрока P_k $(k = 1, 2)$ — это отображение

$$p^k : S \to \Omega^{M_k}.$$

Тогда

$$p^k(s) = (p_1^k(s), ..., p_{M^k}^k(s)).$$

Интерпретируем число $p_j^k(s)$ как вероятность того, что, находясь в состоянии s, игрок P_k совершит действие $\alpha_j^k \in A^k$.

Стационарная стратегия игрока P_k независима от времени t и истории.

Смешанная, или рандомизированная, стационарная стратегия — это та стратегия, для которой $p_j^k(s) \geq 0$ для $\forall s \in S$ и $\forall j \in \{1, ..., M^k\}$, и *чистая стратегия* — та, где $p_{j_0}^k(s) = 1$ для некоторого j_0.

1.2. Ожидаемый доход игроков в стохастической игре

Цель каждого игрока — максимизировать некоторый ожидаемый доход. Пусть s_t — состояние во время t и r_t^k — вознаграждение, полученное игроком P_k $(k = 1, 2)$ во время t.

Определим ожидаемый выигрыш как вектор-колонку

$$v^k_{p^1,p^2} = (v^k_{p^1,p^2}(s_1), ..., v^k_{p^1,p^2}(s_N))^T,$$

где

$$v^k_{p^1,p^2}(s) = \mathbf{E}_{p^1,p^2}\{r_t^k + \beta r_{t+1}^k + \beta^2 r_{t+2}^k + \beta^N r_{t+N}^k | s_t = s\} =$$
$$= \mathbf{E}_{p^1,p^2}\left\{\sum_{n=0}^{N} \beta^n r_{t+n}^k | s_t = s\right\}.$$

Оператор ожидания $\mathbf{E}_{p^1,p^2}$ используется, чтобы показать, что игрок P_k применяет вероятностную стратегию p^k, точнее игрок P_k выбирает действие, используя распределение вероятности $p^k(s_{t+n})$ в s_{t+n} и получает непосредственное вознаграждение

$$r_{t+n}^k = p^1(s_{t+n})^T R^k(s_{t+n}) p^2(s_{t+n})$$

для $n \geq 0$, где

$$R^k(s) = ||R^k(s, a_1, a_2)||_{a_1 \in A^1, a_2 \in A^2}$$

— премиальная матрица игрока P_k в состоянии s, строки и столбцы которой помечены индексами a_1, a_2.

Для игры бесконечной по времени $N = \infty$ (с бесконечным повторением) принимается $\beta < 1$. Тогда v^k — ожидаемый *дисконтированный выигрыш*. Для конечной по времени игры $(N < \infty)$: $\beta = 1$. Векторы v^k называют также вектор-значением игрока P_k.

1.3. Равновесие Нэша

Равновесие Нэша — это пара стационарных стратегий (p^1_*, p^2_*), для которых

$$v^1_{p^1_*,p^2_*} \geq v^1_{p^1,p^2_*} \quad \text{для} \quad \forall p^1 \in \Omega^{M^1},$$

$$v^2_{p^1_*,p^2_*} \geq v^2_{p^1_*,p^2} \quad \text{для} \quad \forall p^2 \in \Omega^{M^2}$$

покомпонентно [3, 4].

В равновесии у игроков нет стимула, чтобы отклониться от их стратегий равновесия. Отклонение будет означать, что один или оба игрока будут иметь более низкие ожидаемые выигрыши, то есть $v^1_{p^1,p^2}$ и/или $v^2_{p^1,p^2}$. Пара стратегий, являющихся равновесием Нэша, известны как лучшие выигрыши, т. е. если игрок P_1 играет π^1_*, то лучший ответ для игрока P_2 есть π^2_*, и наоборот.

Теорема 1. *Игра с ожидаемым дисконтированным выигрышем имеет хотя бы одно равновесие Нэша в смешанных стационарных стратегиях.*

В игре с $N = \infty$ для вычисления равновесия Нэша используется нелинейная программа[1] из [5], которую назовём NLP-1. В случае $N < \infty$ надо воспользоваться программой из [6].

1.4. Программа NLP-1

Равновесие Нэша при $N = \infty$ ищется сведением к задаче нелинейного программирования:

Найти

$$\min_{u^1,u^2,\sigma^1,\sigma^2} \mathbf{1}^T[u^k - R^k(\sigma^1,\sigma^2) - \beta P(\sigma^1,\sigma^2)u^k], \quad k = 1,2 \tag{1}$$

при условиях

$$R^1(s_i)\sigma^2(s_i) + \beta T(s_i,u^1)\sigma^2(s_i) \leq u^1(s_i)\mathbf{1}, \quad i = 1,...,N, \tag{2}$$

$$\sigma^1(s_i)^T R^2(s_i) + \beta\sigma^1(s_i)^T T(s_i,u^2) \leq u^2(s_i)\mathbf{1}^T, \quad i = 1,...,N, \tag{3}$$

где $u^k \in \mathbb{R}^N$, $\sigma^k \in \Omega^{M^k}$ — переменные векторы, $\mathbf{1}$ — единичный вектор,

$$R^k(\sigma^1,\sigma^2) = [\sigma^1(s_1)^T R^k(s_1)\sigma^2(s_1)...\sigma^1(s_N)^T R^k(s_N)\sigma^2(s_N)]^T$$

— вектор, представляющий выигрыш при выборе игроками P_1 и P_2 пары стратегий (σ^1,σ^2),

$$P(\sigma^1,\sigma^2) = [\sigma^1(s)^T[p(s'|s,a^1,a^2)]_{a^1\in A^1,a^2\in A^2}\sigma^2(s)]_{s,s'\in S}.$$

— стохастическая матрица для марковской цепи, индуцированной парой стратегий (σ^1,σ^2),

$$T(s,u) = [[p(s_1|s,a^1,a^2)...p(s_N|s,a^1,a^2)]^T u^T]_{a^1\in A^1,a^2\in A^2}$$

— матрица, представляющая выигрыши в будущем в следующем состоянии игры в матричной форме.

Решение $(u^1_*, u^2_*, \sigma^1_*, \sigma^2_*)$ задачи нелинейного программирования (1)-(3) есть искомое равновесие Нэша $(v^1_*, v^2_*, p^1_*, p^2_*)$ в игре.

2. Игровая модель защиты леса

Окружающая внешняя среда, включающая как природные условия, так и следствия антропогенной действительности, рассматривается как игрок, называемый традиционно «Природой», который противостоит другому игроку, под которым понималось Лесное управление региона, координирующее и направляющее деятельность лесхозов (лесничеств), расположенных на территории региона.

[1] Имеется метод нелинейного программирования в задачах оптимизации.

Лесхозы являются местными представительствами региональных структур Государственной лесной службы Министерства природных ресурсов, в их задачу входит управление лесами на конкретной территории лесного фонда.

Территория лесхоза поделена на лесничества, в свою очередь лесничества поделены на кварталы и выделы. Разделение на кварталы облегчает работы по инвентаризации насаждений, создаёт благоприятные условия для доступа в лес, ориентирования в нем. Каждый квартал подразделяют на таксационные выделы. Выдел — участок квартала, достаточно однородный по своему территориально-хозяйственному значению и таксационной характеристике, отличающийся от соседних и требующий единых мер хозяйственного воздействия. Средний размер выдела зависит от разряда (степени подробности, детализации и точности) лесоустройства: при 1-м разряде он составляет 3-5 га, при 2-м — 6-15 га, при 3-м разряде — 16-35 га.

Именно таксационные выделы являются единицей пространственного представления данных при лесоучётных работах. Выдел — это учётная единица с конкретными данными: состав, преобладающая порода, запас древостоя и т. д.

Состояние лесов региона может означать наличие в распоряжении Лесных управлений регионов, лесничеств информации, относящейся к распределению площадей и запасов лесов, расположенных на землях лесного фонда региона в границах лесничеств; к сведениям о проведении натурной таксации; к деятельности, направленной на сохранение окружающей среды и биоразнообразия в лесах; к социально-экономической оценке использования, охраны, защиты и воспроизводства лесов на территории региона; к анализу расходов на ведение лесного хозяйства; к анализу проведённых мероприятий по охране, защите, воспроизводству лесов по лесничествам и лесопаркам; к сведениям запланированных и фактически выполненных объёмах профилактических противопожарных, санитарно-оздоровительных мероприятий; к данным об ущербе от лесных пожаров, и т. д.

2.1. Описание игровой модели

Стохастическую игровую модель защиты леса мы строим, опираясь на работу [3,4]. Игроку «внешняя агрессивная среда» или «Природа», обозначаемому как **Attacker**, противостоят работники лесного управления и лесничеств, которых объединяем под именем игрока **Workers**.

Множество кварталов лесничества образуют сеть кварталов, или квартальную сеть. Все элементы этой сети находятся в отношениях как с лесничеством, так и с лесным управлением.

Предлагаемая сетевая модель представлена на рис. 1

Мы ограничиваемся только одним лесничеством, которое следит за своими лесными кварталами и взаимодействует с лесным управлением.

Рассматриваем леса региона в виде графа, изображённого на рис. 2. Вершины графа являются такими объектами как внешняя окружающая агрессивная среда (вершина E), лесничество, относящееся к данному региону (вершина L), лесное управление (вершина U), квартал (вершина K). Ребра графа пред-

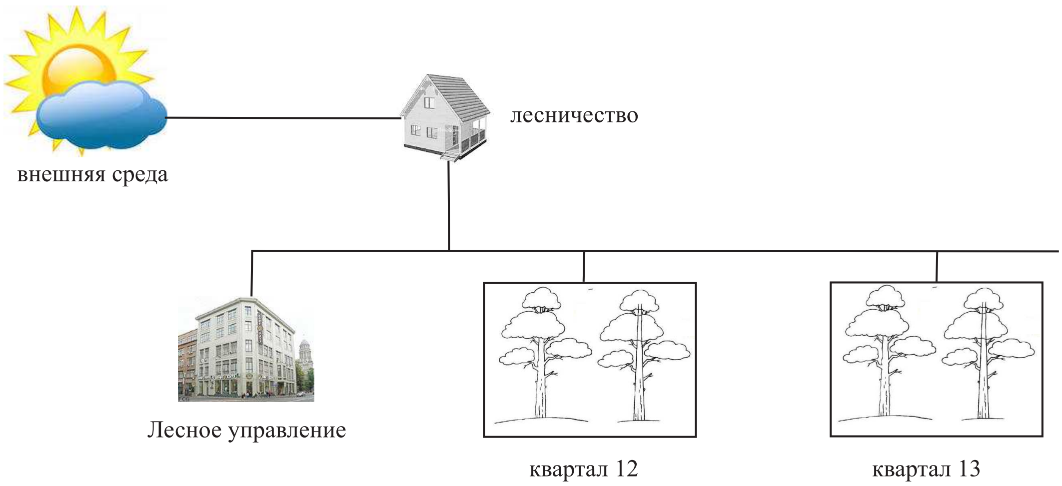

Рис. 1. Пример сети лесных кварталов

ставляют пути непосредственного взаимодействия между рассматриваемыми объектами. Например, внешняя среда (узел E) имеет прямое воздействие l_{EL} на леса лесничества.

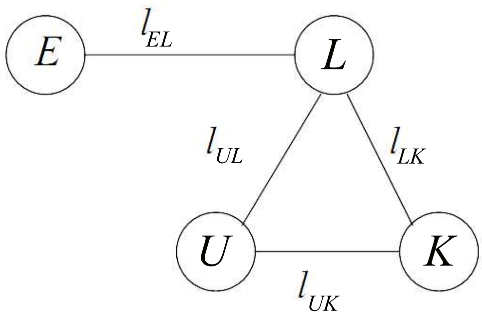

Рис. 2. Система «Среда — Управление — лесничество — квартал» как граф

2.2. Состояния игры

Пусть
1)

$$\begin{aligned} P \subset \{&\text{Антипожар, Антивымокание, Анти...,} \\ &\text{Мониторинг пожаров, антропогенных загрязнений и заражений,} \\ &\text{Борьба с вытаптыванием растений животными}, process\} \end{aligned} \tag{4}$$

— перечень профинансированных запланированных лесозащитных мероприятий, данных под условными наименованиями. Буквами $f, h, p, s, ...$ ниже будем помечать «Антипожар», «Ативымокание» и др. мероприятия. Под *process* понимаем проводимый лесничеством тип лесозащитных работ, 2)

$$a \in \{u, c\}$$

— переменная, представляющая состояние леса, отражённой в записи в «Карточке лесопатологической таксации», заведённой для каждого квартала, входящего в лесничество; выбирается u, если в строке «Причины ослабления насаждения» нет кода, говорящего о неблагополучном состоянии леса, и выбирается c, если есть код, говорящий о неблагополучии[2],

3)

$$d \in \{c, i\}$$

— переменная, представляющая состояние данных в вершине графа 2; c — полная деградация леса, i — нет признаков деградации леса,

Вводим состояния системы «Среда-Управление-лесничество-квартал»

$$S = \{n_L, n_U, n_K, t\},$$

где

$$n_X = (P, a, d), \quad X \in \{L, U, K, E\},$$

и t — состояние взаимодействий в системе.

Следовательно, например, если

$$n_L = (\{\text{Антипожар, Антивымокание, Анти...}\}, c, i),$$

то это говорит, что в лесничестве получены средства под программы **Антипожар**, **Антивымокание**, **Анти...**, состояние леса в некоторых кварталах находятся под угрозой, но отсутствуют кварталы с полностью деградированным лесом.

Скорость, с которой передаются воздействия от одного элемента системы к другому (traffic,) для системы в целом, представляется состоянием взаимодействия $t =< \{l_{XY}\} >$, где X и Y — вершины графа сети кварталов и $l_{XY} \in \{0, 1/3, 2/3, 1\}$ указывает на качество осуществляемого взаимодействия данному каналу. Цифра 1 говорит о задействовании максимума возможностей, 0 — отсутствие воздействия.

Для взаимодействия между вершинами графа сети, характеризуемого как *нормальное*, берём $t =< 1/3, 1/3, 1/3, 1/3 >$.

2.3. Действия игры

Действия внешней среды и лесного управления заставляют систему переходить из одного состояния в другое с определённой вероятностью.

Отдельно взятое действие внешней среды может быть любой частью из его стратегии «нападения», такой как, например, возгорание леса (пожар). Подобные действия природы воспринимаем как **атаку** на лес. Поэтому для воздействий внешней среды закрепим термин **Attacker**. Когда игрок ничего не делает, мы обозначаем это бездействие как $\emptyset$.

[2]Например, код 831 означает вымокание леса.

Совокупность действий внешней среды состоит из всех действий, которые он может совершить во всех состояниях:

$$A^{\mathbf{Attacker}} =$$

$$=\{\text{Подтопить лес}, \text{Вызвать лесной пожар}, \text{Продолжить вредное антропогенное загрязнение}, \text{Подтопить и прекратить приток воды}, \text{Добавить новый источник загрязнения леса}, \text{Вытаптывание леса животными}, \text{Установить засушливую погоду}, \text{Начать заболевание леса}, \text{Деньги не дошли до лесничества}, \text{«Пустой» бюджет Лесного управления}, \emptyset\}. \tag{5}$$

Действия внешней среды в каждом состоянии — это подмножество множества $A^{Attacker}$. Например, в состоянии **Normal operation** (см. рис. 3, самое верхнее состояние) «Природа» совершает множество действий

$$A^{\mathbf{Attacker}}_{Normal\_operation} = \{\text{Подтопить лес}, \text{Вызвать лесной пожар}, \emptyset\}.$$

Действия для работников лесного управления и лесничества, главным образом, сводятся к профилактическим или восстановительным мерам. Множество действий работников (workers) таково:

$$A^{\mathbf{Workers}} =$$

$$=\{\text{Устранить причину подтопления}, \text{Восстановить лес после затопления}, \text{Работы на зараженном квартале}, \text{Мониторинг пожаров, антропогенных загрязнений и заражений}, \text{Устранить источник загрязнений и болезней леса}, \text{Восстановить лес после пожара}, \text{Борьба с вытаптыванием и болезнями}, \emptyset\} \tag{6}$$

Например, в состоянии **Возгорание леса** (см. рис. 4) **Workers** имеет множество действий

$$A^{Admin}_{\text{Возгорание леса}} =$$

$$= \{\text{Мониторинг пожаров, антропогенных загрязнений и заражений}, \emptyset\}.$$

Квартал с проблемным лесом может быть попавшим в поле внимания Управления (лесничества), а может быть и незамеченным (плохая работа лесничих, отсутствие финансирования). Когда неблагополучная ситуация не замечена, мы моделируем ситуацию как ситуацию нахождения Управления (лесничества) в состоянии бездействия $\emptyset$. Мы предполагаем, что Управление не знает, есть ли факт угрозы лесу или нет. Следует учитывать, что внешняя среда может иметь несколько стратегий, о которых не знает Управление. Более того, не все действия внешней среды могут наблюдаться.

2.4. Вероятности переходов

В изучаемом примере квартальной сети значения для вероятностей изменения состояния сети даём, основываясь на собственной интуиции.

Для реальных квартальных сетей необходимые вероятности следует находить, естественно, используя дополнительные исследования и накапливая необходимую статистику. На рис. 3 и 4 изменения состояния сети представлены стрелами. Каждая стрела маркирована действием, переходной вероятностью и стоимостью/вознаграждением.

В формальной модели игры вероятность изменения состояния является функцией действий обоих игроков. Такие вероятности используются в компьютерной нелинейной программе NLP-1, применяемой для вычисления решения игры. Однако, чтобы реализовать разделение игры на игру с точки зрения природы (рис. 3) и с точки зрения **Workers** (рис. 4), принимается, что вероятности зависят от действий каждого игрока в отдельности. Например, на рис. 3 (вторая пунктирная стрела из вершины) считаем, что

$$P(\textbf{Лес сгорел}|\textbf{Лес загорелся}, \textit{Условие для распространения пожара}) = 0,5$$

как зависящую только от действия внешней среды, условно именуемого как «*Условие для распространения пожара*».

Когда квартальная сеть находится в состоянии **Normal_operation** и ни внешняя среда, ни **Workers** не совершают действий, сеть будет иметь тенденцию оставаться в том же самом состоянии. Эта ситуация моделируется как имеющая близкую к тождественной стохастическую матрицу, т. е. мы полагаем $P(\textbf{Normal\_operation} \mid \textbf{Normal\_operation}, \emptyset, \emptyset) = 1-\varepsilon$ для некоторого малого $\varepsilon < 0,5$ и где $\emptyset$ обозначает бездействие. Тогда $P(s|\textbf{Normal\_operation}, \emptyset, \emptyset) = \varepsilon/(N-1)$ для всякого $s \neq \textbf{Normal\_operation}$, где N — число состояний. Есть также смены состояния, которые являются неосуществимыми. Например, для сети невозможно переместиться от нормального функционирования к состоянию завершения работы, не проходя при этом через некоторые промежуточные состояния. Неосуществимым сменам состояния приписываются нулевые вероятности перехода.

2.5. Платежи, затраты и вознаграждения

Затраты (отрицательные значения) и вознаграждения (положительные значения) связаны с действиями внешней среды и **Workers**. Для действий внешней среды имеем, главным образом, вознаграждения, и такие вознаграждения выражаются в рублёвой оценке понесённого урона, который нанесён квартальной сети.

В рассматриваемой модели ограничиваемся временными затратами **Workers** на восстановительные работы. Вознаграждение за действия внешней среды также можно оценивать временем, которое необходимо **Workers** на восстановление леса, т. е. на перевод одного состояния квартальной сети в другое.

Чтобы подчеркнуть серьёзность потери важных лесных ресурсов или расположенных в лесу строений, назначаем очень высокое вознаграждение за действие природы, которое приводит к состоянию, в котором реализуется печальное событие. Например, при переходе из состояния **Квартал атакован** к состоянию **Кварталу нанесен ущерб** на рис. 3 вознаграждение равно 999. Есть

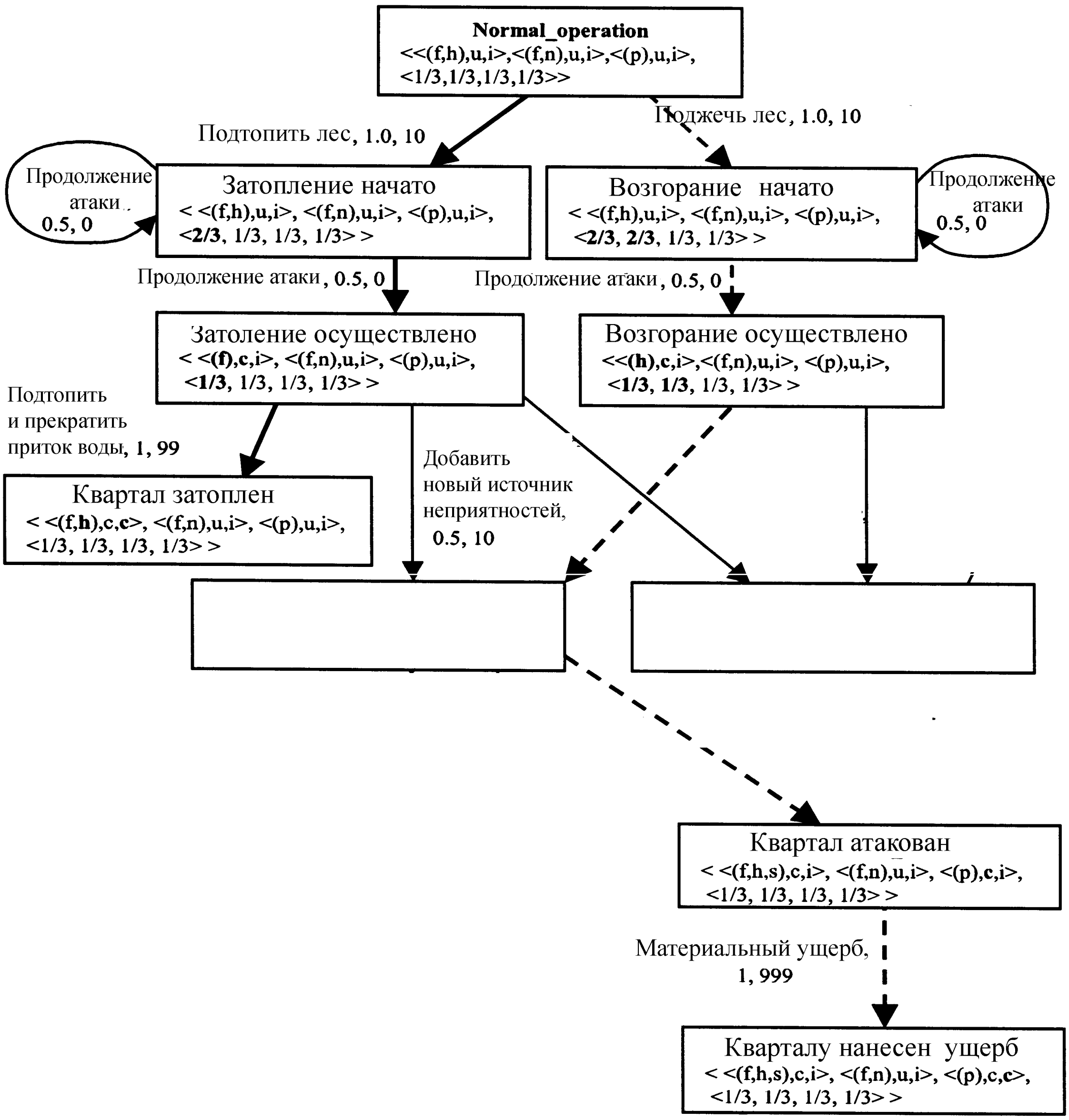

Рис. 3. Игра с точки зрения игрока «Природа»

также некоторые переходы, в которых потери для **Workers** не такие же, как величина вознаграждения игрока «Природа». Именно такие переходы делают игру игрой с общей суммой вместо игры с нулевой суммой.

2.6. Стратегии

Наша цель — найти пару смешанных стационарных равновесий Нэша $p_*^{Attacker}$, $p_*^{Workers}$, которые соответствуют стратегиям игроков «Природа» и **Workers**.

Стохастическая игра с общей суммой имеет хотя бы одно равновесие Нэша в смешанных стационарных стратегиях. Для их нахождения использована

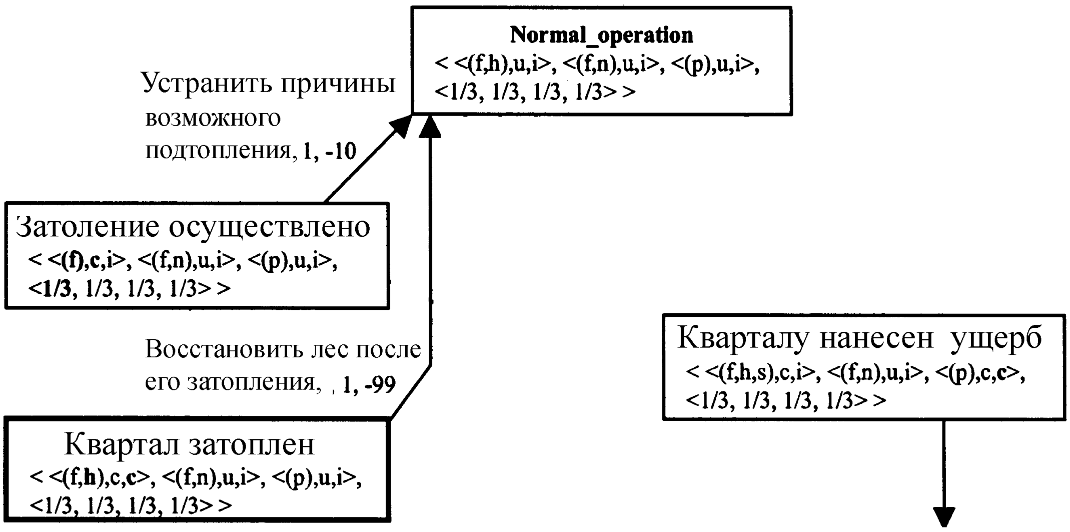

Рис. 4. Игра с точки зрения **Workers**

программа NLP-1 [5].

3. Пример сценария «атаки» «Природы» на квартальную сеть

В этом параграфе опишем один из сценариев «нападения Природы» на квартальную сеть.

На рис. 3 показано, как игрок «Природа» видит изменения состояний квартальной сети в результате его «нападения», а на рис. 4 представлена точка зрения игрока **Workers**. На рисунках состояния изображаются как прямоугольники, содержащие символическое имя и значения параметров для этого состояния. Каждый переход помечен действием, вероятностью перехода, выгодой или стоимостью восстановительных усилий, затрачиваемых **Workers** в случае непорядка в квартальной сети.

Атакуется хозяйственно важный квартал сети, на котором возможны как пожар, так и подтопление. Беспечность (бездействие) игрока **Workers** способствует как возникновению пожара, так и подтоплению леса. Игрок «Природа» в таком случае легко может нанести ущерб кварталу и покинуть «поле игры» победителем. Для данного сценария изменения состояния обозначены жирными стрелками на рис. 3.

В состоянии **Normal_operation** игрок «Природа» осуществляет действие **Подтопить лес**. С вероятностью 1 и вознаграждением 10, он переводит квартальную сеть в состояние **Подтопление начато**. В результате действия игрока «Природа» в данном состоянии наблюдается увеличенный трафик между внешней средой и кварталом. Начав действие **Продолжение атаки**, игрок «Природа» с вероятностью успеха 0,5 получает полную возможность затопить квартал. В результате система переходит в состояние **Затопление осуществлено**. Поскольку при полной беспечности (бездействии) **Workers** появилась возможность затопить квартал и «уйти»; сеть переходит в состояние **Квартал затоплен**.

4. Результаты моделирования

Применение программы NLP-1 позволило [3] найти равновесие Нэша для различных сценариев нападения на квартальную сеть, представленную на рис. 1.

Стратегия игрока состоит из распределения вероятности по набору действия для каждого состояния.

Например, для состояния **Затопление осуществлено**

$$p_*^{Attacker} = [0,33; 0,10; 0,57], \quad p_*^{Workers} = [0,67; 0,19; 0,14].$$

Цифры в квадратных скобках программа NLP-1 сопровождает указанием множества соответствующих действий. Для игрока «Природа» эти действия таковы:

$$\{\text{Подтопить и прекратить приток воды}, \text{Добавить новый источник загрязнения}, \emptyset\}.$$

Стратегия игрока «Природа» в рассматриваемом состоянии говорит, что он использует действие

Подтопить и прекратить приток воды

с вероятностью 0,33 и

Добавить новый источник загрязнения

с вероятностью 0,10.

Игнорируя бездействие $\emptyset$ и нормализуя вероятности, получаем вероятности 0,77 и 0,23 соответственно для первых двух действий.

В том же самом состоянии игрок **Workers** может совершить действие

Устранить причины возможного подтопления

или

Следить за антропогенными загрязнениями.

Первое действие игрок **Workers** совершает с вероятностью 0,67, второе — с вероятностью 0,19. Игнорируя третье действие, после нормализации эти вероятности принимают значения 0,88 и 0,22 соответственно. Это говорит ему, что лучше постоянно устранять причины возможного подтопления и загрязнения, чем продолжать надеяться на «авось» во взаимоотношениях с Природой.

5. Заключение

Мы продемонстрировали возможности использования теории стохастичеких игр для организации лесозащитных мероприятий. Хотя статья представляет собой эскизную переделку работ [3, 4], посвящённых защите компьютерных сетей, есть все основания для того, чтобы заявить, что использование стохастических игр может рассматриваться в качестве серьёзного инструментария, с помощью которого можно проводить анализ степени защищённости лесной экосистемы от различных пагубных воздействий внешней среды, моделировать сценарии различных атак «Природы» на лесные ресурсы и вырабатывать рекомендации по их защите.

Литература

1. Гуц А.К., Володченкова Л.А. Защита леса как стратегическая игра // Математические структуры и моделирование. 2013. Вып. 28. С. 43–48.
2. Гуц А.К., Вахний Т.В. Теория игр и защита компьютерных систем: Учебное пособие. Омск: Изд-во ОмГУ, 2013. 160 с.
3. Lye Kong-wei, Wing J. Game Strategies in Network Security / School of Computer Science. Carnegie Mellon University, Pittsburgh, 2002. 14 p.
4. Lye Kong-wei, Wing J. Game Strategies in Network Security // International Journal of Information Security. 2005. V. 4, N. 1–2. P. 71–86.
5. Filar J., Vrieze K. Competitive Markov Decision Processes. Springer-Verlag, 1997.
6. Fudenberg D., Tirole J. Game Theory. MIT Press, 1991.

FOREST DEFENCE AS A STOCHASTIC GAME

A.K. Guts
Doctor of Mathematics, Professor, e-mail: guts@omsu.ru
L.A. Volodchenkova
Ph.D.(Biology), e-mail: Volodchenkova2008@yandex.ru

Omsk State University n.a. F.M. Dostoevskiy

Abstract. It is proposed to consider the planning of forest defence measures as a stochastic game with the "nature" within the framework of game theory.

Keywords: forest, forest defence, game theory, strategies.