

## ТЕОРИЯ КАТЕГОРИЙ В СОЦИОЛОГИИ: ОБЩЕСТВА КАК ОБЪЕКТЫ ТОПОСА ГРОТЕНДИКА

А.К. Гуц<sup>1</sup>

д.ф.-м.н., профессор, e-mail: guts@omsu.ru

Л.А. Паутова<sup>2</sup>

д.с.н., e-mail: pautoval@yandex.ru

<sup>1</sup>Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского

<sup>2</sup>Москва, Фонд общественного мнения

**Аннотация.** Обсуждается применение математической теории топосов в социологии. Предлагаются две модели, использующие топосы пучков. Показано, как возникает многовариантное описание социальных отношений. Дан способ перехода к количественному многовариантному описанию социальных процессов.

**Ключевые слова:** теория категорий, социология, общество, этнос, культурно-ценностный материал, топос, топос пучков, многовариантное описание социальных процессов.

### Введение

Язык категорий воплощает «социологический» подход к математическому объекту: группа или пространство рассматриваются не как множество с внутренне присущей ему структурой, но как член общества себе подобных

Ю.И. Манин [1, с. 113]

Социология — это наука, которую многие относят к социально-гуманитарным наукам, но в отличие от последних она в большей степени использует математические методы. Однако используя математические методы, социология, как правило, ограничивается математической статистикой, факторным, кластерным и другими анализами. Все это в социологии объединено под названием *анализ данных*.

И хотя нельзя отнести математическую статистику к прикладной математике, параллельно с её теоретическим развитием накапливался опыт и материал её применения в задачах прикладного характера, и в этом плане в социологии, в частности.

Математика тем не менее не сводится к рассмотрению только прикладных задач. Её основные достижения относятся к решению фундаментальных проблем. Фундаментальная математика характеризуется созданием крайне абстрактных и трудных для восприятия и понимания структур.

Один из таких разделов — теория топосов, являющаяся частью теории категорий.

Теория категорий изучает совокупность объектов различной природы и отношений между ними. Сущность каждого объекта выясняется не через попытку разобрать его на составляющие элементы, а через его отношения с другими объектами. Подход, который характерен для многих исследований в социологии.

В статье мы строим категорные модели обществ, которые учитывают «топологический поворот» в социологии [2–5]. Наши модели — это топосы Гротендика. Они строятся как функторы (пучки), определённые на топосах, снабжённых топологией Гротендика, которая даёт возможность говорить об изменяющихся объектах. По сути дела «речь идёт о «социальной топологии» как динамической структуре пространства социальных различий» и о ... «социальной позиции» «как социологически конструируемой единице этого пространства. Социальная топология — структура-гештальт, дающая исследователям адекватное видение социологических предметов в непрерывных трансформациях» [5].

## 1. Теория категорий в социологии

Естественной и возникающей сама собой является мысль рассматривать определённого рода сообщества людей (нации, этносы и пр.) как абстрактные объекты некоторой «цивилизации»  $\mathcal{C}$ , состоящей из всевозможных абстрактных объектов, находящихся во всевозможных взаимовлияниях друг к другу.

Эта мысль оформлена была А.И. Тишиным в качестве отождествления «цивилизации»  $\mathcal{C}$  с математической категорией [6], объекты которой он называл «общностями». Мы предпочтём слово «этнос», используя тем самым так называемый культурный подход в понимании Смелзера<sup>1</sup> в социологических исследованиях [7, 8].

А.И. Тишин ограничился демонстрацией возможности использования теоретико-категорного описания общностей и их взаимодействий с другими общностями. Мы покажем, что в действительности нужно пойти дальше и взять на вооружение теоретико-топосное описание сообществ людей.

Топосы — это категории, во многом близкие к множествам; топос — это почти теория множеств **Sets**, в которой объекты, т.е. множества состоят из элементов, и исследователь все взаимоотношения как внутри множеств, так и между ними рассматривает через отображения (установление соответствий) одних элементов на другие. В топосе при изучении свойств объектов не интересуются из чего они состоит, из каких элементов они «собраны», а говорят о них по их взаимосвязям с другими объектами в рамках «цивилизации»  $\mathcal{C}$ , в

<sup>1</sup>С заменой слова «культура» на слово «этнос».

которую они входит, либо по взаимосвязям с объектами других «вселенных».

## 2. Теория этносов как теория топосов

Итак, каждый этнос представим как объект. Объекты обозначаем буквами  $A, B, C, \dots$ . Все эти объекты-этносы составляют цивилизацию  $\mathcal{C}$ , которая с точки зрения математики представляет собой категорию [9].

Но в категории, кроме объектов, соответствующих этносам, имеются объекты иной природы. Это числовые объекты: объект натуральных чисел и объект вещественных чисел. Ведь в жизни этносов числа играют значительную роль. Это объекты, относящиеся к природным или пищевым ресурсам и т.д.

Другие объекты будем вводить и описывать по мере надобности.

Этносы находятся в различных отношениях друг к другу. Эти отношения могут носить самую разнообразную социальную природу<sup>2</sup>, но «интерес» этноса  $A$  к этносу  $B$  обозначим как  $f : A \rightarrow B$  и назовем морфизмом. Если  $A$  проявляет «интерес» к  $B$ , т.е. имеем  $f : A \rightarrow B$ , а  $B$  «интересуется» этносом  $C$ , т.е. имеем  $g : B \rightarrow C$ , то в человеческой природе заложено неизбежное возникновение интереса этноса  $A$  к «третьей стороне», т.е. к  $C$ . Иначе говоря,  $A$  «пройдёт по пути»  $A \xrightarrow{f} B \xrightarrow{g} C$ , который обозначим как  $g \circ f : A \rightarrow C$  и называем композицией морфизмов.

Вводим морфизм  $1_A : A \rightarrow A$ , который ничего не делает с  $A$ .

Очевидно, что следующие свойства морфизмов следует принять как аксиомы:

(i) Закон идентичности. Если дан морфизм  $f : A \rightarrow B$ , то  $1_B \circ f = f$  и  $f \circ 1_A = f$ .

(ii) Закон ассоциативности. Если даны морфизмы  $f : A \rightarrow B$ ,  $g : B \rightarrow C$ ,  $h : C \rightarrow D$ , то  $(h \circ g) \circ f = h \circ (g \circ f)$ .

Совокупность морфизмов из  $A$  в  $B$  обозначают как  $\text{Hom}_{\mathcal{C}}(A, B)$  или просто как  $\text{Hom}(A, B)$ .

Поскольку свойства (i), (ii) — это аксиомы категории [9], то этносы (сообщества) образуют категорию [6].

В действительности этносы — это категория, которая обладает рядом специфических свойств, делающих её *элементарным топосом*, т.е. категорией очень похожей на категорию множеств Кантора **Sets**. Покажем это.

Если даны два этноса  $A$  и  $B$ , то объект, составленный из морфизмов  $A \rightarrow B$  играет важную роль как в повседневной жизни этносов, так и в исторической перспективе, поскольку представляет собой совокупность всей информации об отношениях двух этносов. Такой объект, обозначаемый как  $B^A$ , называют *экспоненциалом*, и вводится он в теории категорий посредством аксиомы существования *экспоненцирования*.

Из двух этносов  $A$  и  $B$  можно образовать новый объект  $A \times B$ , который несёт знания об обоих объектах сразу. Называем такой объект *произведением*

<sup>2</sup>В простейшем случае — это создание переводного словаря. Перевод с одного языка на другой — это морфизм; вряд ли это изоморфизм, как считал А.И. Тишин [6].

объектов  $A$  и  $B$ . От произведения можно переходить к каждому из образующих его объектов с помощью особых морфизмов, именуемых проекциями  $p_A : A \times B \rightarrow A$  и  $p_B : A \times B \rightarrow B$ . Эти морфизмы суть процесс забывания, пренебрежения информацией об этносе-сомножителе.

Рассмотрим два этноса  $A$  и  $B$ . Первый из них столь близок ко второму с точки зрения этнологии и этногенеза, что для него используют слово субэтнос. Например, казаки, староверы — это субэтносы русского этноса. В классической логике однозначно верно или неверно утверждение, что  $A$  субэтнос этноса  $B$ , т.е.  $A \subset B$ . Это можно описать с помощью *характеристической функции*

$$\chi_A(x) = \begin{cases} 1, & x \in B \wedge x \in A \\ 0, & x \in B \wedge x \notin A. \end{cases}$$

Смысл этой формулы в том, что берём человека  $x$ , который является русским, т.е. входит в русский этнос  $B$ , и проверяем, казак ли он или нет. Если казак, то относим его к сообществу  $A$ , т.е. этносу казаков.

Эта проверка задаётся диаграммой

$$\begin{array}{ccc} A \subset & \longrightarrow & B \\ \downarrow ! & & \downarrow \chi_A \\ \{*\} & \xrightarrow{\top} & \{0, 1\} \end{array}$$

Здесь  $\{*\}$  — одноточечное множество. Любое отображение  $f : \{*\} \rightarrow A$  *производит выбор* в любом множестве  $A$  конкретного элемента (какой пожелаем)  $f(*)$ . В нашей диаграмме выбирается либо  $\top(*) = 1$  (истина), либо  $\top(*) = 0$  (ложь). Отображение  $!(a) = *$  для любого  $a \in A$ .

Понятно, если в топосе в объекте  $A$  мы пожелаем произвести «выбор элемента», то нам следует иметь объект  $\mathbf{1}$  — аналог множества  $\{*\}$ . Само обозначение  $\mathbf{1}$  говорит о том, что это аналог *1-точечного* множества.

Как его определить в любом топосе? Просто. Если  $A$  — множество, то все его элементы можно отобразить в  $*$ , т.е. всегда есть отображение  $A \rightarrow \{*\}$ . Поэтому  $\mathbf{1}$  определяем как объект категории такой, что для любого объекта существует морфизм  $! : A \rightarrow \mathbf{1}$ . Назовём  $\mathbf{1}$  *конечным объектом*.

Грубо говоря,  $\mathbf{1}$  — это сообщество, лишённое какой-либо структуры, обезличенное сообщество, общество из одного (одичавшего?) индивида, которое является тем не менее обществом, поскольку в него входит *человек*, т.е. его личность, его память о других людях и т.д. (Робинзон Крузо). Для любого иного сообщества  $A$  найдётся, что сказать об этом «несчастном», т.е. всегда есть морфизм  $A \rightarrow \mathbf{1}$ .

Но вернёмся к предыдущей диаграмме, содержащей критерии истинности — множество  $\{0, 1\}$ . По нему всё либо истинно, либо ложно. В жизни, в обществе, однако, действует не двузначная классическая логика с двумя истинностными значениями «истина» = 1 или «ложь» = 0, а более гибкий многозначный взгляд,

при котором между истиной и ложью всегда находится место множеству промежуточных вариантов, выдаваемых под предлогом целесообразности либо за ложь, либо за истину. Впрочем, в связи с тем, что в прикладных исследованиях все больше используется нечёткая логика (нечёткая математика), то вполне разумно вместо теоретико-множественного объекта истинности  $\{0, 1\}$  ввести многозначный объект истинности  $\Omega$ , и с его помощью заменить приведённую выше диаграмму на диаграмму

$$\begin{array}{ccc} A & \xrightarrow{f} & D \\ \downarrow ! & & \downarrow \chi_f \\ \mathbf{1} & \xrightarrow{\top} & \Omega \end{array}$$

В теории топосов морфизм  $f : A \rightarrow B$  носит название *подобъекта* объекта  $B$ , объект  $\Omega$  называется *классификатором*, а морфизм  $\chi_f$  — *характеристическим*, или *характером* морфизма  $f$ . Название морфизма  $\top$  — «истина».

Допущение неклассического классификатора  $\Omega$  означает переход к интуиционистской логике, в которой не действует закон исключённого третьего.

### 3. Определение топоса

Теперь мы приведём определение топоса. Правда, сделаем это, позволяя себе определённую степень вольности. Прежде всего уточним понятие экспоненциала.

Категория  $\mathcal{C}$  допускает *экспоненцирование*, если

- 1) в ней существует произведение любых двух объектов;
- 2) если для любых двух объектов  $A$  и  $B$  существует объект  $B^A$  («отображение» объекта  $A$  в объект  $B$ ), называемый *экспоненциалом*, и морфизм  $ev : B^A \times A \rightarrow B$ , называемый *морфизмом значения*, такие, что для любых объекта  $C$  и морфизма  $g : C \times A \rightarrow B$  существует единственный морфизм  $\hat{g} : C \rightarrow B^A$ , для которого коммутативна диаграмма

$$\begin{array}{ccc} B^A \times A & \xrightarrow{ev} & B \\ \hat{g} \times 1_A \uparrow & & \nearrow g \\ C \times A & & \end{array}$$

**Определение 1.** Категория с произведениями, в которых каждая пара объектов имеет экспоненциал, а сама категория обладает классификатором, называется *элементарным топосом*.

Таким образом, как видно из этого определения, «цивилизация» этносов (сообществ) образует топос.

## 4. Цивилизация как топос Гротендика

Построим топосную модель этносов, учитывающую как всё богатство этнического разнообразия субэтносов, входящих в этнос, материальные, духовные, архивные ценности всех этносов и субэтносов, так и многополярность, гетерогенность, находящейся в постоянном движении «цивилизации». Более того мы вводим **топологию** в «цивилизацию» этносов, или в «социальное пространство», «точками» которого являются этносы. Стоит напомнить, что топологические воззрения на природу общественных объектов чрезвычайно популярны в современной социологии [2, 3].

### 4.1. Топология Гротендика

С каждым этносом  $A$  связана некоторая совокупность этносов  $\{A_x : x \in X\}$ , которая в какой-то мере «покрывает» этнос  $A$ , и это покрытие отражает внутреннюю связь и степень близости каждого  $A_x$  к  $A$ . Математики в таком случае говорят о топологии в категории-цивилизации  $\mathcal{C}$ , которая задаёт указанные связи и близость.

Аксиоматически топологию в категории ввёл Александр Гротендик, которая носит теперь его имя. Формально речь идёт о следующем определении.

**Определение 2.** Топологией Гротендика<sup>3</sup>  $\mathcal{T}$  на категории  $\mathcal{C}$  называется функция, сопоставляющая каждому объекту  $A$  совокупность  $\mathcal{T}(A)$  множеств морфизмов, оканчивающихся в  $A$ , такая, что

- (i) одноэлементное множество  $\{1_A : A \rightarrow A\}$  принадлежит  $\mathcal{T}(A)$ ;
- (ii) если  $\{f_x : A_x \rightarrow A \mid x \in X\} \in \mathcal{T}(A)$  и для каждого  $x \in X$

$$\{f_y^x : A_y^x \rightarrow A_x \mid y \in X_x\} \in \mathcal{T}(A_x),$$

то

$$\{f_x \circ f_y^x : A_y^x \rightarrow A \mid x \in X \text{ и } y \in X_x\} \in \mathcal{T}(A);$$

(ij) если  $\{f_x : A_x \rightarrow A \mid x \in X\} \in \mathcal{T}(A)$  и  $g : B \rightarrow A$  – произвольный морфизм, то для каждого  $x \in X$  существует обратный образ морфизма  $f_x$  относительно  $g$

$$\begin{array}{ccc} B \times_A A_x & \longrightarrow & A_x \\ g_x \downarrow & & \downarrow f_x \\ B & \xrightarrow{g} & A \end{array}$$

и

$$\{g_x : B \times_A A_x \rightarrow B \mid x \in X\} \in \mathcal{T}(B).$$

**Определение 3.** Категория  $\mathcal{C}$  с топологией  $\mathcal{T}$ , т.е. пара  $(\mathcal{C}, \mathcal{T})$  называется *ситусом* (site), а элементы из  $\mathcal{T}$  – *покрытиями*.

<sup>3</sup>В книге [9] это называется *предтопологией*.

«Топология Гротендика говорит, каким образом объекты ситуса  $\mathcal{C}$  могут быть «покрыты» посредством морфизмов другими объектами. В случае, когда  $I$  — топологическое пространство и рассматриваемые объекты — это открытые множества в  $I$ , то топология Гротендика говорит, каким образом открытые множества  $A$  покрываются в смысле операции включения  $A_x \hookrightarrow A$  семейством открытых множеств  $J(A) = \{A_x\}_{x \in X}$  таким, что

$$\bigcup_{x \in X} A_x = A.$$

Таким образом, «топология Гротендика» — это структура на категории  $\mathcal{C}$ , которая делает её объекты похожими на открытые множества топологического пространства  $I$ , образующие категорию  $\mathcal{O}(I)$ . Топологии Гротендика аксиоматизируют определение открытого покрытия.

Существует естественный способ сопоставить топологическому пространству  $I$  топологию Гротендика  $(\mathcal{O}(I), J)$ , поэтому топологии Гротендика часто рассматривают как обобщение обычных топологий. Объекты категории  $\mathcal{O}(I)$  — открытые множества топологии пространства  $I$ , морфизмы между двумя объектами — это включения  $V \hookrightarrow U$ , а покрытиями  $J(U)$  являются так называемые *решёта*.

Для большого класса топологических пространств действительно можно восстановить топологию пространства  $I$  по её топологии Гротендика, однако, уже для антидискретного пространства это не так.»<sup>4</sup>

## 4.2. Топос пучков

У каждого этноса  $A$  имеются архивы документов, есть материальные ценности и т. д., которые образуют некоторое множество  $F(A)$ .

Таким образом, определена категория,

$$\mathbf{Sets}^{\mathcal{C}^{op}}, \tag{1}$$

объектами которой являются *функторы*  $F : \mathcal{C}^{op} \rightarrow \mathbf{Sets}$ , называемые *предпучками* и сопоставляющие этносам  $A$  множество их архивов, ценностей и пр., т.е.  $F(A)$ . (Значок «ор» (opposite) говорит, что направление морфизма надо заменить на противоположное).

Обратим внимание, что стоит взять иной предпучок  $G : \mathcal{C}^{op} \rightarrow \mathbf{Sets}$ , то для каждого этноса  $A$  имеем иное множество  $G(A)$  культурно-ценностного материала, чем  $F(A)$ .

Категория  $\mathbf{Sets}^{\mathcal{C}^{op}}$  является топосом и называется *категорией предпучков*. Её часто обозначают  $St(\mathcal{C})$ .

Предпучок  $F : \mathcal{C}^{op} \rightarrow \mathbf{Sets}$  разрозненным, беспорядочным образом сопоставляет этносам  $B$  их архивы и ценности  $F(B)$ .

Для наведения порядка воспользуемся топологией категории  $\mathcal{C}$ . Рассмотрим покрытие  $\mathcal{T}(A)$ . Ясно, что объекты совокупности этносов  $\{A_x : x \in X\}$  также имеют свои архивы, ценности той же структуры, что и  $A$ , т.е. имеем множества  $F(A_x)$ . Очевидно, должна быть увязка архивов и ценностей  $F(A_x)$  в

<sup>4</sup>См. статью «Топология Гротендика» в Википедии.

нечто единое целое, определяемое «центральным» архивом и ценностями  $F(A)$  покрываемого «центрального» этноса  $A$ .

*Увязка архивов и ценностей* в рамках одного предпучка  $F$  и в пределах одного этноса и близкого к нему семейства этносов  $\mathcal{T}(A)$  в *единый пучок*, именуемая в теории категории *склеиванием* элементов  $s_x \in F(A_x)$  в единый элемент  $s \in F(A)$ , осуществляется посредством следующего определения.

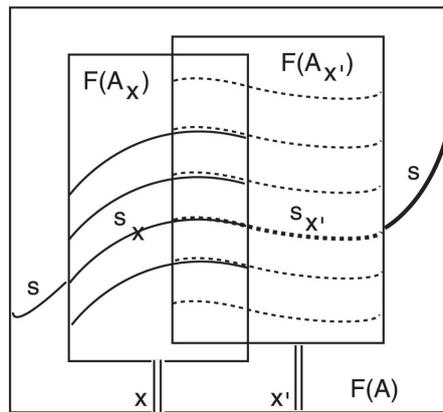
**Определение 4.** Предпучок  $F$  называется *пучком над ситусом*  $(\mathcal{C}, \mathcal{T})$ , если он удовлетворяет следующему условию:

СОМ. Пусть  $\{f_x : A_x \rightarrow A \mid x \in X\} \in \mathcal{T}(A)$  – произвольное покрытие объекта  $A$  и  $\{s_x : x \in X\}$  – произвольное семейство элементов  $s_x \in F(A_x)$ , являющихся попарно совместимыми, т. е. для любых  $x, x' \in X$  выполняется равенство  $F_{xx'}(s_x) = F_{x'x}(s_{x'})$ . Тогда существует единственный  $s \in F(A)$ , удовлетворяющий равенству  $F_x(s) = s_x$  при любом  $x \in X$ .

Здесь использованы функции ограничения  $F_{xx'} : F(A_x) \rightarrow F(A_x \times_A A_{x'})$  и  $F_{x'x} : F(A_{x'}) \rightarrow F(A_x \times_A A_{x'})$ , являющиеся  $F$ -образами двух новых морфизмов  $f_x, f_{x'}$ , получаемых при построении декартова квадрата.

$$\begin{array}{ccc}
 A_x \times_A A_{x'} & \longrightarrow & A_{x'} \\
 \downarrow & & \downarrow f_{x'} \\
 A_x & \xrightarrow{f_x} & A
 \end{array}$$

Обозначим также через  $F_x$  стрелку  $F(f_x) : F(A) \rightarrow F(A_x)$ .



$s$  - склеивание  $s_x$  и  $s_{x'}$

Рис. 1. Пучок — это предпучок со склеенным семейством «сечений»  $\{s_x : x \in X\}$  в единое «сечение»  $s$

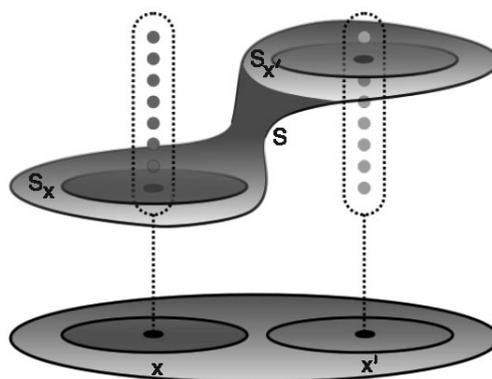


Рис. 2. Склеивание «сечений»  $s_x$  и  $s_{x'}$  в пучке позволяет этносу  $A_x$  непрерывно меняться вдоль «сечения»  $s$  при изменении  $x \rightarrow x'$ , переходя от  $A_x$  к  $A_{x'}$  (рис. из [10])

**Определение 5.** Подкатегорию категории предпучков  $St(\mathcal{C})$ , образованную пучками над ситусом  $(\mathcal{C}, \mathcal{T})$ , обозначаем через  $Sh_{\mathcal{T}}(\mathcal{C})$  (или  $Sh(\mathcal{C}, \mathcal{T})$ ) и называем *категорией пучков* или топосом Гротендика.

Имеем включение

$$Sh_{\mathcal{T}}(\mathcal{C}) \subset \mathbf{Sets}^{\mathcal{C}^{op}}.$$

Склеивание «сечений»  $s_x$  и  $s_{x'}$  в пучке  $F$  позволяет трактовать переход вдоль «сечения»  $s$  как (непрерывные) изменения, происходящие в этносах (сообществах) при «движении» от  $x$  к  $x'$ . Изменения происходят с этносом  $A_x$ , который «топологически деформируется» в этнос  $A_{x'}$  (см. рис. 1, 2). Параметр, изменения которого влекут деформацию этносов, — это  $x \in X$ . Его природа зависит от того, какой топос пучков мы используем для моделирования социальных процессов.

Таким образом, мы построили теоретико-топосную модель «социального пространства» этносов (сообществ), снабжённое топологией, в форме ситуса  $(\mathcal{C}, \mathcal{T})$  и учитывающую возможную ценностно-материальную структуру этносов, посредством предпучков  $F : \mathcal{C}^{op} \rightarrow \mathbf{Sets}$ .

## 5. Этноссы как функторы топоса предпучков

Построим другую теоретико-топосную модель этносов (сообществ).

Рассмотрим случай, когда этнос — это объект  $F$  топоса предпучков (топоса пучков). При таком подходе необходимо пояснить роль аргумента  $F(-)$  предпучка  $F : \mathcal{C}^{op} \rightarrow \mathbf{Sets}$ . Даже если трактовать  $F(B) \in \mathbf{Sets}$ , т.е.  $F(B)$  как совокупность культурно-ценностного материала и допустить, что этот материал изменяется с изменением аргумента  $B \in \mathcal{C}$ , важно понять, изменение чего влияет на этнический материал, связанный с этносом, и почему это «чего» меняется?

Например, если в этнос  $\mathcal{E}$  входит человек  $e$ , т.е.  $e \in \mathcal{E}$ , то естественно попытаться при интерпретации этноса в форме функтора  $F_{\mathcal{E}}$  найти в этом функторе образ данного элемента-человека в пучковой модели:

$$\mathcal{E} \ni e \rightarrow \bar{e} \in F_{\mathcal{E}}.$$

Замечая, что  $F_{\mathcal{E}}(B)$  — это множество, т.е. состоит из элементов, то можно взять элемент  $\bar{e}(B) \in F_{\mathcal{E}}(B)$  и назвать его *представлением элемента  $e$  на сцене (at stage)  $B$*  [17, с. 363].

Мы видим, что в зависимости от выбора сцены  $B$  человек  $e$  предстаёт в разных ролях  $\bar{e}(B)$ . Сколько сцен  $B \in \mathcal{C}$ , столько и ролей (вариантов). Имеем, как видим, многоролевое представление этноса, через роли (варианты) составляющих его людей.

Многоролевое (многовариантное) математическое описание этноса начинается с момента, когда мы под  $e$  будем иметь в виду некоторую числовую (в каком-то смысле) этническую характеристику человека (например, степень его религиозности), а под  $B = \{(b_1, \dots, b_n)\}, b_i \in \mathbb{R}$ , — изменяющееся многомерное этническое пространство. Получив в результате набор вещественно-числовых характеристик  $\bar{e}(b_1, \dots, b_n)$ , вполне можем озадачиться поиском соответствующего уравнения, дающего возможность *вычислять* данную характеристику.

## 6. Заключение

Описание этносов (обществ) на языке категорий, или на языке топосов останется всего лишь любопытным фактом (как, например, содержание статей [6, 10–14]), если не пытаться *делать предсказание* о развитии межэтнических отношений, которые могли бы быть получены из данного описания и которые имеют принципиальные качественные отличия от предсказаний, сделанных посредством классических теоретико-множественных моделей. В конце статьи мы показали, как можно перейти к количественным методам с использованием теории топосов. Намеченный путь более чем реален, поскольку это подтверждается аналогичными результатами в теории гравитации [16, 17].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Манин Ю.И. Лекции по алгебраической геометрии. Часть 1. М. : Изд-во МГУ, 1970.
2. Ло Дж. Объекты и пространства / Пер. с англ. В. Вахштайна // Социологическое обозрение. 2006. № 1.
3. Вахштайн В. Социология вещей и «поворот к материальному» в социальной теории // Социология вещей. Сборник статей. М. : Издательский дом «Территория будущего», 2006.
4. Макогон Т.И. Возникновение топологического восприятия пространства в теориях социальных полей // Известия Томского политехнического университета. 2012. Т. 321, № 6. С. 162–167.

5. Шматко Н.А. Плюрализация социального порядка и социальная топология // Социологические исследования. 2001. № 9. С. 14–18.
6. Тишин А.И. Теория категорий и системные исследования в социологии / В кн.: Математика в социальных науках. М. : Издательство «Наука», 1981. С. 37–46.
7. Смелзер Н. Социология. М. : Феникс, 1998. 688 с.
8. Гуц А.К., Паутова Л.А. Глобальная этносоциология. Изд. стереотип. М. : Книжный дом «ЛИБРОКОМ», 2013. 248 с.
9. Гольдблатт Р. Топосы. М. : Мир, 1983.
10. Sallach D.L. Recognition-Based Logic and Social Conflict: Toward a Topos Model // The 8th International Workshop on Agent-based Approach in Economic and Social Complex Systems. Tokyo : Shibaura Institute of Technology, 2013.
11. Sallach D.L. Toward categorical social analysis // Presentation at the International Category Theory Conference. Vancouver, 2011.
12. Sallach D.L. Socio-cultural structures: A categorical synthesis // Paper presented to the Midwest Sociological Society. Minneapolis, 2012.
13. Sallach D.L. Categorical social science: Theory, methodology and design // Proceedings of the World Congress on Social Simulation. Taipei, 2012.
14. Sallach D.L. Social coordination: Toward a category-theoretical synthesis // Proceedings of the World Congress on Social Simulation. Taipei, 2012.
15. Rozen V., Zhitomirski G. A category theory approach to derived preference relations in some decision making problems // Mathematical Social Sciences. 2006. V. 51, № 3. P. 257–273.
16. Гуц А.К. Элементы теории времени. Изд. 2, доп. М : УРСС, 2011. 376 с.
17. Гуц А.К. Физика реальности. Омск : изд-во КАН, 2012. 424 с.

## THEORY OF CATEGORIES IN SOCIOLOGY: SOCIETIES AS OBJECTS OF THE GROTHENDIECK TOPOS

**A.K. Guts**<sup>1</sup>

Dr.Sc.(Phys.-Math.), Professor, e-mail: guts@omsu.ru

**L.A. Pautova**<sup>2</sup>

D.Sc.(Sociology), e-mail: pautoval@yandex.ru

<sup>1</sup>Omsk State University n.a. F.M. Dostoevskiy

<sup>2</sup>Moscow, Fund of public opinion

**Abstract.** Application of the mathematical theory topos in sociology is discussed. Two models using the sheaves topoi are offered. It is shown how the multivariate description of social relations appears. The way of transition to the quantitative multivariate description of social processes is given.

**Keywords:** theory of categories, sociology, society, ethnos, cultural and valuable material, sheaves topoi, multivariant descriptions of social processes.