

Министерство образования и науки Российской Федерации
Российский фонд фундаментальных исследований
Казанский (Приволжский) федеральный университет
Институт математики и механики им. Н.И. Лобачевского

**Международная школа
«Математическое моделирование фундаментальных объектов и
явлений в системах компьютерной математики»
KAZCAS-16**

**Международный научный семинар
«Нелинейные модели в механике,
статистике, теории поля и космологии»
GRACOS-16**

Лекции школы и материалы семинара

(5 - 7 ноября 2016 г., Казань)



Казанский (Приволжский) федеральный университет

2016

In three-dimensional reduction all non-gravitational field are effectively reduced to scalar, with the broad classes of theories describe three-dimensional gravity, which has as a source a system of scalar fields, forming a nonlinear sigma-model. Hidden symmetries are used for obtaining new solutions of Einstein's equations depending on three variables (almost all nowadays analytically known solutions can be reduced to such a class). The "potential" space (target space) of the three-dimensional sigma-models obtained by reduction theory allowing solutions with a flat three-dimensional space (in models of supergravity this solution, saturating Bogomol'nyi–Prasad–Sommerfield bound (BPS)) has a metric of Lorentz signature, and contain isotropic geodesic. In particular, they correspond to extreme black holes with degenerate event horizon, and form an important sub-class of exact solutions. Since isotropic curves remain so under conformal transformations of the metric, there the question of usefulness of possible conformal symmetries of space the potential for the generation of BPS solutions. This work is attempt such a study. It is shown that some well-known sigma-models arising from the dimensional reduction, have conformally flat target space.

Keywords: general relativity, sigma-models, supergravity, Einstein equations.

УДК 530.12+523.112

ВРЕМЕННЫЕ ЭФФЕКТЫ КОЛЛАПСА ВОЛНОВОГО ПАКЕТА В СУПЕРПРОСТРАНСТВЕ УИЛЕРА

А.К. Гуц¹

¹ aguts@mail.ru; Омский государственный университет им. Ф.М. Достоевского

Описана квантовая процедура переходов между различными историческими эпохами, отстоящими друг от друга в физическом космологическом времени. Механизм перехода может быть назван негёделевской машиной времени.

Ключевые слова: Коллапс волнового пакета, суперпространство Уилера, стационарное пространство-время, негёделевская машина времени.

Аппарат квантовой геометродинамики Уилера [1] описывает не только эффекты квантовой гравитации, но и является способом квантового описания Вселенной. В статье мы обращаем внимание на возможность с помощью этого аппарата выявить наличие возможных переходов между различными временными сечениями (эпохами) пространства-времени.

Пространство-время Вселенной M^4 в квантовой космологии Уилера-ДеВитта является как интерференция когерентной квантовой суперпозиции, или волнового пакета:

$$\Psi^{(4)\mathcal{G}} = \int_K c_k \Psi_k^{(3)\mathcal{G}} dk, \quad c_i \in \mathbb{C}, \quad (1)$$

где $\Psi_k^{(3)\mathcal{G}}$ - частная волновая функция, являющаяся функционалом от 3-мерной римановой геометрии $^{(3)}\mathcal{G} = (M^3, h_{\alpha\beta})$ и удовлетворяющая функциональному уравнению Уилера-ДеВитта.

Мы видим, что то, что считается Реальностью, существующей в форме четырехмерного непрерывного континуума M^4 и называемого пространством-временем, в действительности является квантовой сущностью, т. е. цепью интерференционных

«горных пиков» по выражению Halliwell'a [2] в суперпространстве Уилера. Вдоль этой цепи «горных пиков» вводится искусственно расстояние между ними - воспринимаемое людьми как *физическое время* t . Поэтому имеем семейство 3-геометрий ${}^{(3)}\mathcal{G}(t)$, или 3-метрики $h_{\alpha\beta}(x, t)$, удовлетворяющих уравнениям Эйнштейна. Рассматривая волновую функцию $\Psi[h_{\alpha\beta}(x, t)] = \Psi[{}^{(3)}\mathcal{G}(t)]$ и полагая

$$\Psi[h_{\alpha\beta}(x, t)] = \psi[h_{\alpha\beta}(x, t)] e^{im_p S[h_{\alpha\beta}(x, t)]},$$

$$\psi(t) = \psi[h_{\alpha\beta}(x, t)],$$

$$\frac{\partial}{\partial t} \psi(t) = \int \dot{h}_{\alpha\beta}(x, t) \frac{\delta}{\delta h_{\alpha\beta}(x, t)} \psi[h_{\alpha\beta}(x, t)] d^3 x,$$

где $S[h_{\alpha\beta}]$ - решения уравнения Эйнштейна-Гамильтона-Якоби, m_p - масса Планка, и

$$\dot{h}_{\alpha\beta} = NG_{\alpha\beta\gamma\delta} S[h_{\gamma\delta}] + 2D_{(\alpha} N_{\beta)},$$

находим, что вдоль пространства-времени, т. е. вдоль цепи «горных пиков» справедливо уравнение Шредингера

$$i\hbar \frac{\partial}{\partial t} \psi(t) = H_{mat} \psi(t), \quad (2)$$

где H_{mat} - гамильтониан материальных полей (подробности см. [3, p. 172]).

Как правило, не обсуждается смысл квантовой системы Ω , описываемой посредством волнового пакета (1), и ее состояний Ω_k , $k \in K$, для которых находятся соответствующие волновые функции $\Psi_k[{}^{(3)}\mathcal{G}]$.

Очевидно, что Ω - это Внешний мир, Квантовая реальность, а ее состояния Ω_k - это формы ее существования, которые в соответствии с принципами квантовой механики в процессе, именуемом в квантовой механике *измерением*, локализуются. Измерение системы Ω приводит к коллапсу волнового пакета (1):

$$\int_K c_k \Psi_k[{}^{(3)}\mathcal{G}] d\mu(k) \rightarrow \Psi_{k'}[{}^{(3)}\mathcal{G}] \quad (3)$$

с вероятностью $|c_{k'}|^2$. Правда, совершенно непонятно, кто и где будет совершать измерение и наблюдать локализацию состояния $\Omega_{k'}$? Ведь для Вселенной не существует внешнего наблюдателя.

Квантовая механика исходит из того, что система Ω находится внутри 3-мерного мира, в котором течет физическое время t , и именно в нем происходят измерения состояний системы Ω . В нем же наблюдается локализации состояний Ω_k . Этот 3-мерный мир и являет собой внешнее окружение системы Ω .

В случае квантовой космологии для системы Ω не существует внешнего окружения; она изолирована. Как же произвести измерение состояния Ω_k системы Ω ?

Во время измерения у самой системы, которая в нашем случае - это Вселенная, появляются классические черты, которые соответствуют информации, имеющейся в окружающей среде, роль которой играет наблюдатель, производящий измерение с помощью приборов. При этом существенную роль играет макроскопичность прибора, существующего в пространстве и времени. Однако для состояние, к которому

редуцирует волновой пакет, нет того внешнего параметра, который вводится вдоль «горных пиков», отмечающих классическую траекторию в суперпространстве, соответствующую классическому пространству-времени. Следовательно, существование состояния происходит стационарным образом, в его пространстве ничего не меняется в его времени, и это время есть время, текущее в сознании наблюдателя.

1. Исторические эпохи. Примем, что каждое состояние Ω_k квантовой реальности Ω - это 3-мерный мир, в котором практически ничего не меняется; он вневременен. В этом мире находится *наблюдатель*, способный осуществлять измерения реальности, точнее, ее пространственной геометрии. Иначе говоря, Ω_k - это стационарное пространство-время M_k^4 , в котором осуществляется «замороженное» историческое существование наблюдател(я/ей). Историки такое существование называют историческими эпохами. Гёте и Шпенглер использовали термин «гештальт» [4].

Каждая историческая эпоха, такая как Античность, Средневековье, Возрождение и пр., видится историками как *ограниченная* во времени форма существования человечества.

Историческая эпоха - наиболее крупная единица исторического времени, обозначающая длительный период человеческой истории, отличающийся определенной внутренней связностью и только ему присущим уровнем развития материальной и духовной культуры ... Переход от одной эпохи к другой представляет собой переворот во всех сферах социальной жизни [Философский словарь].

Конечность исторической эпохи автоматически означает ее сменяемость, а значит дает возможность все исторические эпохи разместить одну за другой, **последовательно** в одном пространственно-временном лоренцевом многообразии. В этом описании отражена западная культурная традиция видеть Мир изменяющейся сущностью, эволюционирующей в физическом времени t .

Ну..., а вдруг исторические эпохи не конечны во времени? И если не пытаться их втолкнуть в одно пространство-время, полагая, что ее бесконечность во времени проявляется всего лишь в форме редких, но устойчивых «пережитков» прошлого? В таком случае, очевидным становится, что сильно доминирующие нередкие «пережитки» прошлого будут заполнять все будущее, разрушая идею сменяемости исторических эпох, идею эволюционирующей реальности.

Как спасти идею последовательной сменяемости исторических эпох, идею эволюционирующей реальности, не пренебрегая при этом условием бесконечности существования во времени каждой исторической эпохи?

Очевидно, для этого надо использовать не классическую теорию, а квантовую, и тогда эволюционирующий мир появляется как интерференция исторических эпох, как последовательность «горных пиков», в высоту каждого из которых вносит вклад каждая историческая эпоха, как квантовый волновой пакет исторических эпох в форме (1). Исторические эпохи *существуют одновременно*. Внешние наблюдатели находятся не вне этой суперпозиции, а внутри - внутри каждой исторической эпохи, для которых собственная историческая эпоха представляется истинной объективной реальностью. Находясь в эпохе Ω_{k_0} , наблюдатель X проводит наблюдение пакета (1), который колапсирует и пространственно ограниченная часть состояния

$\Omega_{k'}$ локализуется в эпохе Ω_{k_0} . Другими словами, картина коллапса (3) должна быть уточнена и заменена на следующую:

$$\int_K c_k \Psi_k^{[(3)\mathcal{G}]} d\mu(k) \xrightarrow[\text{измерение}]{X} \Psi_{k'}^{[(3)\mathcal{G}]} \subset \Omega_{k_0} \quad (4)$$

с вероятностью $|c_{k'}|^2$.

Считается, что при измерении интерференция между волновыми функциями (состояниями), входящими в волновой пакет, исчезает. Интерференция исчезает также в том случае, когда измерения совершается без регистрации определенного результата. Однако в случае системы Ω , которая является самой Реальностью, описанные измерения не разрушают полностью интерференцию, дающую пространство-время, а всего лишь приводят к потере интерференции между двумя эпохами $\Omega_{k_0}, \Omega_{k'}$, но не к полной потере интерференции всех прочих эпох.

Обозначим через $|k\rangle$ состояние исторической эпохи Ω_k с волновой функцией $\Psi_k^{[(3)\mathcal{G}]}$ квантовой системы Ω , описываемой суперпозицией

$$\sum_{k \in K} c_k |k\rangle.$$

Тогда измерение, производимое наблюдателем X с помощью аппарата \mathcal{A} с начальным состоянием A , нацеленное на специфическое значение 3-геометрии $(3)\mathcal{G}'$ и приходящее только исторической эпохе $\Omega_{k'}$, приводит к новой суперпозиции:

$$\sum_k c_k |k\rangle \otimes |A\rangle \rightarrow \left(\sum_{k, k \neq k_0, k'} c_k |k\rangle \right) \otimes |\tilde{A}\rangle + (c_{k_0} |k_0\rangle \otimes |A_0\rangle + c_{k'} |k'\rangle \otimes |A'\rangle). \quad (5)$$

Мы видим, что две эпохи $\Omega_{k_0}, \Omega_{k'}$ сцепливаются (переплетаются) с аппаратурой (окружением), а все прочие образуют интерференционную квантовую суперпозицию, намечающую классическую Вселенную, в которой отсутствует вклад эпох $\Omega_{k_0}, \Omega_{k'}$.

2. Квантовая механика и сознание. Квантовая механика нуждается в сознании, которое фигурирует в теории по имени «наблюдателя». Наблюдатель, и только он, совершает измерение, т. е. вмешательство, воздействие на квантовую систему. Объективность науки требует, чтобы наблюдатель был не один - каждый физик, разбирающийся в квантовой механике - это потенциальный наблюдатель. В квантовой космологии наблюдатели находятся внутри системы. Следовательно, состояния Вселенной, именуемые нами историческими эпохами, все содержат наблюдателей (подобно тому, как состояния частицы - ее положения в пространстве, все привязаны к той или иной точке пространства). И так же как эти положения в пространстве у частицы все различны, так и наблюдатели в каждой исторической эпохе отличны по своим характеристикам, например, по хитроумности в экспериментах-измерениях. Другими словами, в разных эпохах наблюдатели различны по определенным наборам характеристик, отражающих их культурно-образовательно-мировоззренческий уровень, и, следовательно, эпохи Ω_k

- это в действительности исторические эпохи в понимании историков (они населены людьми, наделеными характерными для конкретной эпохи культурно-образовательно-мировоззренческими взглядами). Поскольку нам дан волновой пакет исторических эпох, т. е. когерентная суперпозиция, то все эпохи существуют одновременно в квантовой реальности и складываются в интерференцию, обозначающую пространство-время и задающую физическое время.

Поскольку Вселенная существует как квантовая суперпозиция (1), описываемая уравнением Шредингера, а ее исторические эпохи при этом сцеплены друг с другом, то это дает возможность осуществлять взаимодействия между эпохами посредством измерений, производимых наблюдателями этих исторических эпох. Если бы квантовая суперпозиция подверглась, как предполагается рядом исследователей, декогеренции, то она распалась бы на декогерентные истории, не сцепленные друг с другом (а только с окружением), т. е. представляющие собой принципиально невзаимодействующие исторические эпохи, или на параллельные миры в духе Эверетта.

Определенного рода деятельность (измерения) наблюдателей эпохи Ω_{k_0} относительно величин, типичных только для эпохи $\Omega_{k'}$, разрушит сцепленность последней с остальными эпохами, и сцепит ее с данной. Это измерение локализует частично каждую из двух эпох в другой. Возникнет переход из одной эпохи в другую. Это есть ни что иное, как машина времени. Поскольку в другой эпохе есть мой квантовый двойник (это как другое местоположение одной частицы), то убить его не означает убить себя. Иначе говоря, парадокс дедушки решается тривиальным образом.

Благодаря наличию интерференционной картины - цепи «горных пиков» - существует классическое пространство-время, которое видится живущем в нем наблюдателям как «эволюционирующее», поскольку содержит вклады всех исторических эпох. Это видно в случае полуклассического приближении волнового пакета: если взять

$$\Psi_k^{[(3)\mathcal{G}]} = A_k^{[(3)\mathcal{G}]} e^{\frac{i}{\hbar} S_k^{(3)\mathcal{G}}},$$

то

$$\int_K c_k \Psi_k^{[(3)\mathcal{G}]} d\mu(k) = \left(\int_K c_k A_k^{[(3)\mathcal{G}]} d\mu(k) \right) e^{\frac{i}{\hbar} S_0}, \quad (6)$$

где

$$\forall k (S_k^{(3)\mathcal{G}} = S_0 = const)$$

- условие интерференции. Из (6) видно, как «горные пики» складываются из разных интерферирующих эпох. Благодаря этому, втиснутые в единое пространство-время, наблюдатели рассуждают о наблюдаемых сменах исторических эпох, помнят своих предков, раскапывают исторические артефакты и прочее. При этом каждый из этих наблюдателей принадлежит конкретной исторической эпохе Ω_k , поскольку состояниями квантовой системы Ω являются эпохи, а не интерференция в форме пространства-времени (цепи «горных пиков»).

3. Негёделевская машина времени. Суперпозиция исторических эпох (1) дана нам в форме интерференции, которая являет собой классическое пространство-время M^4 и в котором мы существуем.

Геометрия $^{(3)}\mathcal{G}$ исторической эпохи Ω_k знает место своей временной локализации в 4-геометрии пространства-времени: «гиперповерхность, проведенная че-

рез пространство-время и состоящая из 3-геометрий, может сдвигаться во времени в любой из точек слишком незначительно, чтобы включить какую-либо новую 3-геометрию. Время, определенное таким образом, означает не более и не менее как локализацию 3-геометрии в 4-геометрии. В этом смысле 3-геометрия выступает как «носитель временной информации» [1, p. 37].

Пусть наблюдатель X в исторической эпохе Ω_{k_0} создает условия, которые осуществляют измерения геометрии (или иной величины), соответствующей другой эпохе $\Omega_{k'}$. Тогда происходит локализации части пространства эпохи $\Omega_{k'}$ в пространстве эпохи Ω_{k_0} наблюдателя X , благодаря тому, что возникает квантовая сцепленность (квантовая корреляция) двух эпох.

Другими словами, мы имеем коллапс пакета (1) в эпоху-реальность Ω_{k_0} , проявляющийся в локализации части пространства эпохи $\Omega_{k'}$ в реальности Ω_{k_0} . Открывается проход в иную эпоху.

Однако симметричным образом, поскольку эпоха $\Omega_{k'}$ - это такая же объективная реальность, каковой является эпоха Ω_{k_0} , а также в силу того, что измерение производимое наблюдателем эпохи Ω_{k_0} по сути дела двусторонне, т.е. является *взаимодействием* (благодаря их квантовой сцепленности), происходит локализация части пространства эпохи Ω_{k_0} в эпохе-реальности $\Omega_{k'}$. Грубо говоря, наблюдатель X оказывается в другой исторической эпохе вместе со своей аппаратурой. Мы имеем то, что называется машиной времени. Будем называть ее *негёделевской*, поскольку не идет речь о замкнутых временных петлях, придуманных Гёделем [5].

Закрывается ли проход из одной исторической эпохи в другую? Да, закрывается. Для этого наблюдателю X не нужно даже выключать свою аппаратуру, поскольку согласно эффекту Зенона, непрерывное измерение может привести к тому, что динамика становится тривиальной, по существу, к приведет исчезновению динамики. Да и сам процесс локализации макрообъектов крайне скоротечен. Другой вопрос, как его открыть, как конкретно работает негёделевская машина времени?

Обратим внимание, что переходы носят вероятностный характер. Другими словами, оказаться в нужной исторической эпохе можно далеко не всегда. Переход более или менее надежно произойдет лишь в том случае, когда число $|c_{k'}|^2$ близко к 1.

Поскольку переход совершается только с вероятностью $|c_{k'}|^2$, то в случае малости величины этой вероятности по закону больших чисел он не происходит. Иначе говоря, путешествия во времени крайне редки, и в силу этого, мы не наблюдаем путешественников во времени в нашей эпохе.

Как оценить число $|c_{k'}|^2$? Каждая историческая эпоха - это доминирующая культура, доминирующий суперэтнос. Сколько таких суперэтнотов известно в человеческой истории? Древний Китай, Древняя Индия, якуты в XVII веке, племена папуасов на острове Новая Гвинея, описанные Миклухо-Маклаем, - примеры таких культур, таких исторических эпох. Их явно не менее тысячи, поэтому при равномерном распределении исторических эпох $|c_{k'}|^2 \sim 10^{-6}$. Мы имеем явно маловероятные события, говорящие о том, что переходы во времени невозможны. Но вполне возможно, что существуют наиболее вероятные эпохи. Они-то и могут быть местами повального туризма путешественников во времени. Но в таких эпохах к ним относятся, как к недавнему навалу русских в Турцию. Наша же эпоха явно не Анталия. Хотя, и такие поездки рискованны: кому захочется отправиться в путешествие, конеч-

ное место назначения которого точно указать невозможно. Например, вместо того, чтобы комфортно наблюдать Пушкина в Летнем саду можно оказаться в «Парке юрского периода».

4. Декогеренция. Когерентная суперпозиция (1) способна давать интерференцию. Квантовая суперпозиция - это мера «квантовости» системы. Каждая цепь «горных пиков» - это отдельное альтернативное пространство-время, альтернативная история, являющаяся решением квантового уравнения Шредингера (2).

В современной космологии считается, что альтернативные истории (ветви) становятся в раннем возрасте Вселенной декогерентными, т.е. не взаимодействующими классическими историями в силу процесса декогеренции. Декогеренция уничтожает интерференцию. По мнению Зеха [6] и Йоса [7] в случае Вселенной декогеренции происходит за счет воздействия на ветвь её окружения, которое описывается набором незначимых переменных. Их роль играют флуктуации плотности, гравитационные волны и другие поля. При этом воздействии *незначимые переменные* сцепляются со *значимыми переменными* (радиус Вселенной, инфляционное скалярное поле). В результате у ветвей проявляются классические черты - они локализуются и квантовая связь между ними исчезает.

Декогеренция волнового пакета (1) разрушает когеренцию, и в результате имеем набор классических исторических эпох, которые не имеют между собой ни энергетической, ни квантовой (нелокальной) связей. Очевидно, что в таком случае негёделевская машина времени становится невозможной. В [8] для того, чтобы перейти из одной (классической) исторической эпохи в другую, или вернуться в прошлое, предлагается другой механизм, основанный на обращении времени, и связанный с необходимостью произвести восстановление нелокальных связей. Такой проект машины времени кажется нам совершенно не обнадеживающим.

Теория декогеренции, столь популярная в последние годы, в случае ее применения к космологии, больше похожа на магические заклинания, чем на тщательные расчеты, о чем в корректной форме говорится в [9]. Поэтому естественная декогеренция, сцепляющая (переплетающая) существенные и несущественные переменные, вряд ли возможна в действительности. Следовательно, не стоит говорить о том, что Вселенная распадается на декогерентные истории на ранней фазе развития Вселенной и тем самым можно думать о реальности временных переходов между историческими эпохами.

Литература

1. Уилер Дж.А. Предвидение Эйнштейна / Дж.А. Уилер. - М.: Мир, 1970. - 110 с.
2. Halliwell J.J. Introductory lectures on quantum cosmology / J.J. Halliwell // In: Quantum cosmology and baby universes / Eds. Coleman S., Hartle J.B., Piian T., Weinberg S. - 1991. - World Scientific Publishing Co. Pte. Ltd. - P.159-244.
3. C. Kiefer Quantum Gravity. Second Edition / C. Kiefer. - Oxford University Press, 2007. 361 p.
4. Гуц А.К. Многовариантная Вселенная и теория исторических последовательностей / А.К. Гуц // Математические структуры и моделирование. - 2012. Т. 25. - С. 70-80.
5. Guts A.K. Geometry of historical epoch, the Alexandrov's problem and non-Gödel quantum time machine / A.K. Guts. - Access mode: <http://arxiv.org/abs/1608.08532v1>.

6. Zeh H.D. Emergence of classical time from a universal wave function / H.D. Zeh // Physics Letters A. - 1986. - Vol. 116. - P. 9-12.
7. Joos E.A. Why do we observe a classical spacetime? / E.A. Joos // Phys. Lett. A. - 1986. - Vol. 116. P. 6-8.
8. Доронин С.И. Квантовая магия / С.И. Доронин. - 2007. СПб.: Весь, 2007. - 336с.
9. Okon E. Less Decoherence and More Coherence in Quantum Gravity, Inflationary Cosmology and Elsewhere / E. Okon, D. Sudarsky. - Access mode: <http://arxiv.org/abs/1512.05298v1>.

TEMPORARY EFFECTS OF WAVE PACKET COLLAPSE IN THE WHEELER SUPERSPACE

A.K. Guts

The quantum transitions between the different historical epochs, separated from each other in the physical cosmological time. This transition mechanism may be named non-Gödel time machine.

Keywords: Collapse of wave packet, Wheeler superspace, stationarity space-time, non-Gödel time machine.

УДК 5530.12+531.51

МАТЕРИЯ И ВНЕШНЯЯ ГЕОМЕТРИЯ И ТОПОЛОГИЯ ПРОСТРАНСТВА

В.М. Журавлев¹

¹ zhvictorm@gmail.com; Ульяновский государственный университет

Излагается новый подход к описанию структуры материи и ее динамики с точки зрения внешней геометрии пространства и его топологии. Предполагается, что физическое пространство-время является гиперповерхностью в евклидовом пространстве размерности 4. Вводится описание внешней геометрии вложения с помощью геометрических маркеров. На основе такого описания строится электродинамика с целочисленным зарядом, а сам заряд связывается с топологическим инвариантом - эйлеровой характеристикой пространства. Далее описание распространяется на гравитационное поле и массу. Из соотношений для переноса маркеров выводятся уравнения индукции гравитационного и электромагнитного полей. Устанавливается связь между массой и энергией частиц, что приводит к формуле Эйнштейна $E = mc^2$. На основе анализа законов сохранения уравнений динамики поля вводится понятие массового фактора и с его помощью строятся исправленные уравнения, приводящие к эффекту "темной материи", связанному со свойствами геометрии, а не наличием скрытой массы. Приводятся некоторые следствия для структуры элементарных частиц.

Ключевые слова: гравитация, электромагнетизм, геометрия, топология, материя, заряд, масса, поля, частицы, эйлерова характеристика.

Физическое пространство в теории представляется 3-х мерной гиперповерхностью (многообразием) в объемлющем евклидовом пространстве четырех измерений W^4 . Геометрия физической гиперповерхности задается с помощью функции высоты:

$$u = \mathcal{F}(\mathbf{x}, t).$$