Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования «Витебский государственный
университет имени П.М. Машерова»

НАУКА – ОБРАЗОВАНИЮ, ПРОИЗВОДСТВУ, ЭКОНОМИКЕ

Материалы 74-й Региональной научно-практической конференции преподавателей, научных сотрудников и аспирантов

Витебск, 18 февраля 2022 г.

Витебск
ВГУ имени П.М. Машерова
2022

ПРОЦЕСС РАЗРЫВА 2-МЕРНОЙ ПОВЕРХНОСТИ НА ДВА «КУСКА»

М.Н. Подоксёнов[1], А.К. Гуц[2]
[1]Витебск, ВГУ имени П.М. Машерова
[2]Омск, ОмГУ имени Ф.М. Достоевского

В дифференциальной геометрии изучаются, как правило, гладкие изгибания поверхности, но на практике приходится иметь дело с негладкими сгибами и разрывами поверхности. В работах [1; 2] изучалось решение задачи разрыва 3-мерного риманова пространства. Показывалась роль разрыва первых производных римановой метрики на поверхности разрыва [1]. Как этот процесс описывается за счет изменения топологии, было описано подробно в статьях [2,3]. Однако при этом использовалась дополнительно вводимая функция f, никак не связанная с геометрией разрываемого пространства.

Цель данной работы: –исправить этот недостаток, заменяя функцию f на метрику поверхности – коэффициенты 1-й квадратичной формы E, F, G.

Материал и методы. Рассматривается процесс разрыва 2-мерной поверхности на два «куска», т.е. процесс увеличение числа компонент связности у множества за счет изменения на нем топологии. Используются методы дифференциальной геометрии и топологии.

Результаты и их обсуждение. Пусть дана поверхность S, а на ней жорданова гладкая кривая L. Читатель может представить себе для лучшего понимания, что разрывать будем двумерную сферу по экватору L. Рассмотрим гладкое векторное поле v, интегральные кривые которого исходят из точки (северный полюс сферы) вне кривой L и приходят в точку внутри кривой L (южный полюс), трансверсально пересекая L. Отметим, что, как будет видно из дальнейшего, для нас важным является происходящее в окрестности кривой L, и прочие точки поверхности не играют никакой роли.

Для любой точки x из S можно вычислять предел производной метрики по проходящей через точку x интегральной кривой поля v с двух сторон – «справа» +0 и «слева» −0. Мы полагаем, что метрика в момент разрыва такова, что эти производные равны везде, кроме точек кривой L (т.е. кроме точек экватора).

Вводим условие:

U: пределы производной метрики по проходящей через точку x интегральной кривой поля v с двух сторон – «справа» +0 и «слева» −0 равны.

Говорим, что точки x, y из S эквивалентны, и пишем $x \sim y$, если

1) $x=y$;
2) выполнено условие U.

Если во времени $t \in [0,1)$ все компоненты метрики имеют гладкие производные, то фактор-пространство $S_t=S/\sim$ гомеоморфно поверхности S и состоит из одной компоненты связности. Но если при $t=1$ производные метрики имеют разные пределы «справа» и «слева» на кривой L (на экваторе), т.е. условие U не выполняется, то фактор-пространство $S_1=S/\sim$ имеет уже *две* компоненты связности. Иначе говоря, мы разорвали поверхность на два «куска».

В нашем примере со сферой при $t=1$ точки на экваторе раздваиваются на северные точки (пределы −0) и на южные точки (пределы +0). Рождаются две полусферы с краями, состоящими из северных точек экватора и соответственно − южных точек экватора.

Можно теперь отождествить все северные точки, и отдельно все южные точки, и получить две сферы. Иначе говоря, имеем процесс отрыва южного полушария с последующим затягиванием краев разрыва в точки: получаем две сферы. С точки зрения топологии процесс безупречен, но возникает проблема с определением метрики на стянутых краях.

1. Гуц, А.К. Нарушение связности физического пространства / Гуц А.К. // Известия вузов. Физика. – 1983. – № 8. – С. 3–6.
2. Гуц, А.К. Машина времени, разрывы пространства и 4-мерные кротовые норы / Гуц А.К., Палешева Е.В. // Вестник Красноярского государственного университета. – 2005. – № 7. – С.138–142.
3. Гуц, А.К. Распад пространства-времени на «вечные» параллельные исторические эпохи, временная сцепленность и машина времени / Гуц А.К. // Математические структуры и моделирование. – 2020. – № 4 (56). –С. 20–30.