

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение
высшего образования
ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
им. Ф.М. ДОСТОЕВСКОГО

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Сборник материалов
X Международной научной конференции

(Омск, 10 февраля 2023 г.)

© ФГАОУ ВО «ОмГУ им. Ф.М. Достоевского», 2023

ISBN 978-5-7779-2621-0



2023

УДК 004+519+316
ББК 22.18я43+32.973я43
М340

Рецензенты:

канд. физ.-мат. наук, доцент *А.Н. Кабанов*,
канд. физ.-мат. наук, доцент *Н.Ф. Богаченко*

Ответственный за выпуск

канд. физ.-мат. наук, доцент *И.П. Бесценный*

М340 Математическое и компьютерное моделирование : сборник материалов X Международной научной конференции (Омск, 10 февраля 2023 г.) / [отв. за вып. И. П. Бесценный]. – Омск : Издательство Омского государственного университета, 2023. – 1 CD-ROM. – Загл. с титул. экрана.

ISBN 978-5-7779-2621-0

В настоящий сборник включены тезисы докладов, присланные на X Международную научную конференцию «Математическое и компьютерное моделирование». Она состоялась на факультете цифровых технологий и кибербезопасности ОмГУ им. Ф.М. Достоевского 10 февраля 2023 г.

УДК 004+519+316
ББК 22.18я43+32.973я43

Текстовое электронное издание
Самостоятельное электронное издание

Минимальные системные требования:

процессор с частотой 1,3 ГГц или выше; ОЗУ 512 Мб; Microsoft Windows XP/Vista/7/8/10; Adobe Acrobat Reader 8.0 и выше; CD-ROM; мышь

ISBN 978-5-7779-2621-0

© Оформление. ФГАОУ ВО «ОмГУ
им. Ф.М. Достоевского», 2023

*А.К. Гуц, Л.В. Захарихина, Е.А. Виноцкая,
С.П. Черненко, В.В. Керимзаде*

*Федеральный исследовательский центр
«Субтропический научный центр РАН»,
г. Сочи, Россия*

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ГЕОХИМИЧЕСКОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ ПОЧВЕННО-РАСТИТЕЛЬНОГО ПОКРОВА ПОСТПИРАГЕННЫХ ЗОН РАЗЛИЧНОЙ ИНТЕНСИВНОСТИ ГОРЕНИЯ

В мае 2022 г. сотрудниками лаборатории геоэкологии и природных процессов Субтропического научного центра РАН изучена сукцессия растительности в заповеднике Утрищ, (полуостров Абрау, Черноморское побережье России), пострадавшем от лесного пожара в 2020 г. Была исследована геохимическая трансформация почвенно-растительного покрова в разных, по интенсивности пожара, зонах. В качестве растений выбраны мхи, являющиеся известными хорошими сорбентами и характеризующиеся соответственно максимально контрастными различиями накопления химических элементов в разных зонах горения. Было выявлено максимальное накопление химических элементов в почвах в зоне интенсивного пожара. Установлен первый этап сукцессии для мхов в зоне малоинтенсивного горения и прохождение этого этапа в зоне максимального по интенсивности пожара. Первый этап сукцессии для мхов характеризуется активным накоплением в них широкого спектра химических элементов. Для участков интенсивного пожара средний коэффициент суммарного накопления химических элементов (суммарное надфоновое превышение содержания элементов) в почвах составляет 31 единицу, внутри зон малоинтенсивного пожара аналогичный показатель равен 8. В мхах эта зависимость имеет отрицательную корреляцию с почвами. В зоне интенсивного пожара коэффициент суммарного накопления для мхов составляет 6 единиц, внутри

участков малоинтенсивного пожара этот показатель равен 20. Определен спектр элементов, необходимых и активно накапливаемых растениям на первых этапах сукцессии, который перспективен в применении в комплексных удобрениях, могущих ускорить восстановление растительности пирогенных зон. К таковым относятся: Na, P, Mo, Cu, Zn, Ni и элементы редкоземельной группы: Er, Ho, Dy, Gd, Tb, Y, Sm, Eu, Nd, Tm, Lu, Pr, Yb, Ce [1].

Таким образом, констатировалось, что избыток определенных элементов на участках повышенной интенсивности горения по сравнению с фоновыми и отсутствие такового на участках с низкой эффективностью пожара является весьма вероятной причиной более успешного первого этапа сукцессии мхов, занявшего 1 год на участках повышенной интенсивности горения и 2 года на участках с низкой эффективностью пожара [1].

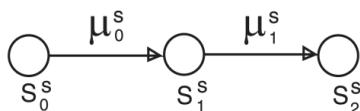
Построена математическая модель, описывающая ускорение сукцессии в зонах повышенной интенсивности горения по сравнению с иными постпожарными участками. Мы моделируем сукцессию на постпожарных участках посредством марковских процессов [2].

Рассматриваем два участка U_s и U_w , претерпевших соответственно пожар повышенной интенсивности (сильный, strong) и пониженной интенсивности (слабый, weak), и обозначаем через S_i ($i = 0, 1, 2$) стадии сукцессии. Стадия S_0 – начальная стадия (2020 г.), послепожарная через год S_1 – первая стадия, и последующая стадия S_2 , время наблюдений которой мы не фиксируем в 2022 г.

Динамика сукцессии представляется переходами растительности из стадии S_i к стадии S_j с определенной вероятностью $P(i,j)$, которые часто описываются как интенсивности, обозначаемые ниже символом $\mu_i = \text{const}$.

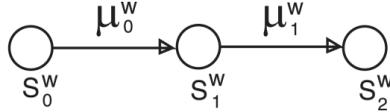
Каждая стадия сукцессии также реализуется с некоторой вероятностью p_i . Представим изучаемые сукцессии посредством графов переходов и соответствующих им уравнений Колмогорова–Чепмена:

– Граф переходов на участке U_s



$$\begin{aligned}
 p'_{0s} &= -\mu_{0s}p_{0s}(t), \\
 p'_{1s}(t) &= \mu_{0s}p_{0s}(t) - \mu_{1s}p_{1s}(t), \\
 p'_{2s}(t) &= \mu_{1s}p_{1s}(t).
 \end{aligned}
 \tag{1}$$

– Граф переходов на участке U_w



$$\begin{aligned}
 p'_{0w} &= -\mu_{0w}p_{0w}(t), \\
 p'_{1w}(t) &= \mu_{0w}p_{0w}(t) - \mu_{1w}p_{1w}(t), \\
 p'_{2w}(t) &= \mu_{1w}p_{1w}(t).
 \end{aligned}
 \tag{2}$$

Избыток элементов на участке U_s ведет к интенсификации потока событий, способствующих ускорению сукцессии. Поэтому мы полагаем,

$$\mu_{0s} > \mu_{0w}. \tag{3}$$

Уравнения (1), (2) решаем при начальных данных

$$\begin{aligned}
 p_{0s}(0) &= 1, p_{1s}(0) = p_{2s}(0) = 0, \\
 p_{0w}(0) &= 1, p_{1w}(0) = p_{2w}(0) = 0.
 \end{aligned}$$

Условие (3) влечет, что $p_{0s}(t) < p_{0w}(t)$. Это говорит о том, что восстановление мхов на участке U_s идет быстрее, вероятность оставаться на стадии S_0 резко падает с течением времени по сравнению с участком U_w .

Считаем, что оказавшись в стадии S_1 , растения участка U_s исчерпали преимущество в восстановлении, заключавшееся в избытке ряда элементов. Это предположение достаточно естественно, поскольку данный избыток очень незначительно превышал фоновый. Сказанное, математически оформляем, как требование выполнения соотношений:

$$\mu_{1s} = \mu_{1w} = \mu_1 > \mu_{0s} > \mu_{0w}. \tag{4}$$

Показано, что это условие влечет $p_{1s}(t) > p_{1w}(t)$. Следовательно, на участке U_s растения имеют больше шансов оказаться в «успешной» стадии сукцессии S_1 , чем на участке U_w .

Из (4) ожидаемо вытекает также, что среднее время восстановления растительности на участке U_s меньше, чем на U_w :

Интенсивности в нашем случае определяются двумя наблюдаемыми величинами:

Z_c – суммарное превышение содержания элементов в почве относительно фоновых показателей;

V_c – суммарное превышение содержания элементов в растениях относительно фоновых показателей.

Найдена формула

$$\mu_0 = \frac{1}{2} \exp\left(\frac{1}{4} \frac{Z_c}{V_c}\right),$$

которая увязывает теоретическую интенсивность марковского процесса с конкретным геохимическим основанием, обуславливающим скорость сукцессии на участках.

Найдено, что для участка U_s величины $Z_c = 31$, $V_c = 8$, а для участка U_w величины $Z_c = 6$, $V_c = 20$.

Среднее время (в годах) переходов $S_{0s} \rightarrow S_{2s}$ и $S_{0w} \rightarrow S_{2w}$ можно оценить соответственно по формулам:

$$T_s = \frac{1}{\mu_{0s}} + \frac{1}{\mu_{1s}}, \quad T_w = \frac{1}{\mu_{0w}} + \frac{1}{\mu_{1w}}.$$

Примем, что $\mu_{1s} = \mu_{1w} = \mu_1 = 5$.

Тогда $\mu_1 = 5 > \mu_{0s} = 1,32 > \mu_{0w} = 0,54$ и $T_s = 0,76 + 0,2 = 0,96 < T_w = 1,85 + 0,2 = 2,05$ (в годах)

Таким образом, неравенства (4) выполняются, а временные отрезки сукцессии совпадает с наблюдаемыми.

Литература

1. Черненко С.П., Рогожина Е.В., Керимзаде В.В. Активность каталазы и уреазы, как индикатор пирогенной нарушенности почв (заповедник Утриш, полуостров Абрау) // Субтропическое и декоративное садоводство. – 2022. – № 82. – С. 222–236.
2. Венцель Е.С. Исследование операций. – М.: Высшая школа, 2001. – 208 с.